



ارائه شده توسط:

سایت ترجمه فا

مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده

از نشریات معتبر

## رسانش حرارتی با تاخیر فاز در ابزار سلولی چند لایه ای با پیوندهای ناقص

### چکیده

چارچوب نظری برای مطالعه عکس العمل های حرارتی سیستم های چند لایه ای تک بعدی، ابزار جامد درجه بندی شده به لحاظ کارکرد و مواد نفوذی مطرح می کنیم. روش تحلیل حرارت از نظریه های رسانش حرارتی غیرفوریر از جمله تاخیر سه فاز، تاخیر دو فاز و رسانش حرارتی هذلولی استفاده می کند. ابزارهای درجه بندی شده به عنوان سیستم های چندلایه ای مدل سازی می شوند که نشان دهنده تعداد محدودی از لایه ها هستند. به ازای هر لایه همگون، معادلات دیفرانسیل رسانش حرارتی با توصیف تاخیر سه فاز موجی شکل در حیطه لاپلاس حل می شوند. راه حل های مبتنی بر شرایط رابط و مرزی بری توصیف رفتار حرارتی جامدات همسان و ابزارهای نفوذی به کار می روند. دمای گذرا و شار حرارت در حیطه زمانی از طریق تبدیل لاپلاس به دست می آید. سپس راه حل های به دست آمده در هر نظریه رسانش حرارتی را در ابزارهای تک بعدی به کار برده و به مقایسه رفتار حرارتی می پردازیم. سرانجام نقشه هایی برای تصویر نمایی عکس العمل حرارتی مواد سلولی، مواد سلولی مدرج کارکردی و سیستم های چند لایه ای مطرح می شوند. توجه خاصی به بررسی تاثیر ویژگی های اصلی و تعریف کننده ابزارهای درجه بندی از جمله نقائص پیوند لایه ای و ناهمسانی ماده می گردد.

**واژگان کلیدی:** ماده مدرج به لحاظ کارکرد، جامد سلولی، کامپوزیت های منفذ چند لایه ای، رسانش حرارت،

نظریه تاخیر فاز، موج حرارتی

### ۱-مقدمه

معادلات رسانش حرارتی با گردیان دما-شار حرارتی و قانون اول ترمودینامیک توصیف می شوند. اگر از معادله فوریر سنتی بری حل مسئله رسانش حرارتی استفاده کنیم، دو مسئله رخ می دهد. نخست معادله دیفرانسیل که سهمی است و سرعت موج حرارتی متناهی را نشان می دهد. دوم دمای بسیار پایین، حرارت پالس کوتاه و نیز مقیاس زمانی

و مکانی کوچک که نتایج هم تراز با مشاهدات تجربی نیستند. برای حل این تفاوت، چند نظریه رسانش حرارتی مطرح شده اند. کاتنو و ورنوت زمان کاهش حرارت در مدلی با رسانش حرارتی هذلولی نشان دادند. مدل سی-وی منجر به نتایجی می گردد که به طور دقیق داده های تجربی را نمی سنجد چون تاثیرات خرده ساختار در فرایند انتقال حرارت نادیده گرفته شده اند. تزو مدل تاخیر فاز دوگانه را مطرح نمود. تاخیر فاز سه گانه در نظر رسانش حرارتی از جانب چاودری بعدها مطرح گردید. عزت با همکاران مشتق کسری رسانش حرارتی تاخیر فازی را به دست آوردند. کاربرد تاخیر فازی شار حرارت، ضریب دما و ضریب جابجایی حرارتی در مل تی پی ال برای درک انتقال زیست حرارتی در بافت های زنده مهم است.

مطالعه رسانش حرارتی با رویکردهای غیر فوریر موضوع چند مطالعه نظری بوده است. این رویکردها پدیده هایی را پیش بینی می کنند که با نظریه های سنتی فوریر نمی توان به آنها پرداخت. برای نمونه رامدن راه حل نیمه تحلیلی برای رسانش حرارتی در کامپوزیت چند لایه ای مطرح نمود. هو و چن به مطالعه دمای گذرا مدیران مدل تاخیر فاز دوگانه پرداختند. افرین با همکاران مدل تاخیر فاز دوگانه را برای تحلیل رسانش حرارتی در وسیله منفذ اشباع گازی بررسی کردند.

هدف آثار دیگر در نوشته ها مطالعه درستی واکنش های القایی حرارتی به دست آمده با مدل های انتقال حرارت غیرفوریر می باشد. بابایی و چن به بررسی واکنش ترموپیزوالکتریکی دوگانه تعمیم یافته سیلندر درجه بندی کارکردی با روش مولفه متناهی پرداختند. حسینی زاد با همکاران از ارجاع پذیری حرارتی دوگانه تعمیم یافته برای توصیف رفتار امواج حرارتی ارجاع پذیر در ابزار لایه ای استفاده کردند. بانیک و کانوریا به تاثیر متقابل حرارت ارجاع پذیر مدل تاخیر فاز دوگانه پرداختند. اکبرزاده با همکران از نظریه کج شکلی برای مطالعه حرارت ارجاع پذیر دوتایی و غیردوتایی صفحات ضخیم اف. جی استفاده کردند.

در صنعت هواپیما، خودرو و نیروی دریایی تغییرات ناگهانی در مواد ساختاری رخ می دهد. لذا تحلیل حرارت دقیق برای برای پیش بینی میزان کج شکلی به وجود آمده با حرارت در مواد کامپوزیت اهمیت دارد. یانگ و شی آزمون پایداری برای رسانش حرارتی در جامد تک لایه ای تک بعدی مطرح کردند. جین با همکاران به رسانش حرارتی

نامتقارن وابسته به زمان استفاده کردند. اکبرزاده و چن به طور نظری به مطالعه تاثیر واکنش های مغناطیسی الکتریکی ارجاع پذیر پرداختند.

ناخالصی هایی در کامپوزیت ها لمینت وجود دارد که همانند نقائص و شکاف رابط ها می باشد و به این دلیل کامپوزیت های ترکیبی ناقص موضوع مورد مطالعه واقع شده اند. دوان و کریهالو برای نمونه هب مطالعه تاثیر پیوند ناقص در رسانش حرارتی موثر ابزار ناهمگون پرداختند. حاتمی مارینی و شودجا به مطالعه میدان فشار سیستم های ناهمگون چند فاز پرداختند.

ناهمخوانی ویژگی های حرارتی بین لایه های پیوندی در کامپوزیت های لمینت باعث شکست و افت ساختاری می گردد. بدین دلیل مواد مدرج کارکردی با انتقال دائم اجزا تشکیل دهنده معرفی شده اند. مواد مدرج کارکرد امکان کاهش فشارهای حرارتی را فراهم می سازند و بدین علت موضوع تحقیقات ایشیگوارا و تانیگاوا با همکاران بوده اند. زو با همکاران به راه حل های دقیق رسانش حرارتی گذرا در مواد مدرج کارکردی و در تماس با سیالات پرداختند. وانگ برای تحلیل حرارت گذرا در ماده مدرج کارکردی چارچوب نظری مطرح نمود.

تمامی آثار مطرح شده به ابزارهای جامد پرداختند و موا منفذ از جمله شبکه و کف می توانند به طور موثر در مدیریت حرارت کاربرد داشته باشند. به خاطر کاربردهای گسترده از جمله تبادل گرهای حرارت و روکش های حرارتی چند مطالعه نظری و تجربی برای درک رفتار حرارتی مطرح شده اند. لینگ و لی رسانش حرارتی موثر ساختار مواد منفذ از طریق مدل واحد سلولی بررسی کردند. صادقی با همکاران به بررسی و طراحی بستر آزمایش پرداختند تا رسانش حرارتی و مقاومت تماس حرارتی فوم های فلزی تحت بار فشرده را بسنجند. مدل مولفه متنهایی سع بعدی برای توصیف خواص دی الکتریک و پیزو الکتریکی ساختاری کف از سوی کالاگولا و ون کاتش بررسی گردید. پیشرفت های اخیر در تولید امکان مهندسی فوم های ترکیبی را فراهم نمود. زو با همکاران به بررسی حداقل رسانی بیشترین دمای ساختار عایق با فوم های فلزی پرداختند.

تحلیل حرارت ساختارهای جامد و منفذ ناهمگون نیاز به پیش بینی دقیق حالت ثابت و میدان دمای گذرا دارد. این اثر به طور نظری به بررسی رسانش حرارتی غیرفوریر می پردازد و راه حل نیمه تحلیلی از طریق تبدیل لاپلاس

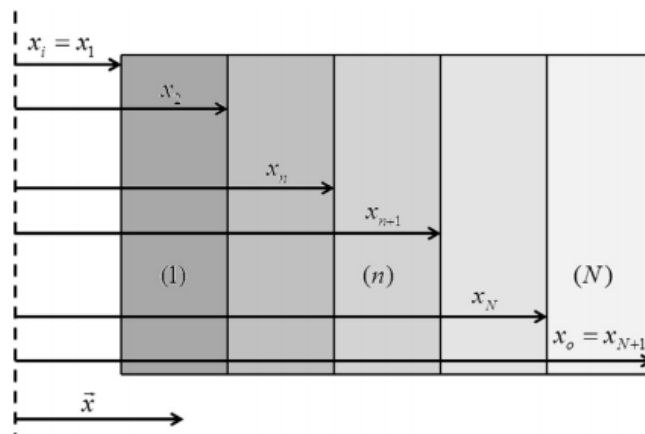
مطرح می کند. راه حل های شکل بسته در بخش ۳ شرح داده می شوند. بخش ۴ واکنش های حرارتی ابزار تک بعدی به دست آمده با نظریه های رسانش حرارتی شرح می دهد و در نهایت تاثیر مواد مدرج کارکردی، ناخالصی پیوندی و ناهمگونی در بخش های ۵ و ۶ مطرح می شوند.

## ۲- تعریف مسئله و معادلات رایج

این خبش معادلات رایج رسانش حرارتی غیر فوریر را مطرح می کند. شکل ۱ ضرایب ماده را در دستگاه مختصات تک بعدی  $\bar{x}$  مطرح می کند که در آن تعداد لایه ها  $N$  است. موقعیت سطح داخلی و خارجی  $x_i$  و  $x_o$  است.  $x_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) سطح داخلی لایه  $n$  ام می باشد. ابزار ناهمگون ابتدا در دمای مساعد  $T_0$  است. می توانیم رسانش حرارتی تاخیر فاز کلی به ازای هر لایه را اینگونه توصیف کنیم:

$$\bar{q}^{(n)}(\bar{x}, t + \tau_q^{(n)}) = - \left[ K^{(n)} \bar{\nabla} T(\bar{x}, t + \tau_T^{(n)}) + K^{*(n)} \bar{\nabla} v(\bar{x}, t + \tau_v^{(n)}) \right] \quad (1)$$

شکل ۱- ابزار چند لایه ای در دستگاه مختصات کلی ۱ بعدی



در رابط بالا،  $\bar{q}^{(n)}$ ،  $T^{(n)}$ ،  $v^{(n)}$ ،  $K^{(n)}$  و  $K^{*(n)}$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) به ترتیب بردار شار حرارت، دمای مطلق، جابجایی حرارتی، رسانش حرارتی و ویژگی های ثابت ناده نظریه تی پی ال هستند،  $\tau_T^{(n)}$ ،  $\tau_q^{(n)}$  و  $\tau_v^{(n)}$  تاخیر فاز شار حرارتی، ضریب دما و ضریب جابجایی حرارتی اند. بردار موقعیت و اپراتور گرادیان  $\bar{\nabla}$  و  $\bar{x}$  هستند در حالی که نشان دهنده زمان است. با استفاده از سری تیلور درجه دوم معادله ۱ به ازای  $\tau_q^{(n)}$  و درجه اول به ازای  $\tau_T^{(n)}$  و  $\tau_v^{(n)}$  با توجه به  $\dot{v}^{(n)} = T^{(n)}$  به دست می آوریم:

$$\left(1 + \tau_q^{(n)} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\tau_q^{(n)2}}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{q}^{(n)} = - \left( (K^{(n)} + K^{*(n)} \tau_v^{(n)}) \vec{\nabla} T^{(n)} + K^{(n)} \tau_T^{(n)} \vec{\nabla} \dot{T}^{(n)} + K^{*(n)} \vec{\nabla} v^{(n)} \right) \quad (2)$$

که نشان دهنده مشتق زمان است. معادله صرفه جویی انرژی را می توان چنین نوشت

$$-\vec{\nabla} \cdot \vec{q}^{(n)} + R^{(n)} = \rho^{(n)} c_p^{(n)} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

که در آن  $\rho^{(n)}$ ,  $R^{(n)}$  و  $c_p^{(n)}$  شدت تولید حرارت داخلی، شدت ماده و گرمای ویژه اند. با معادله ۳ و ۲ معادله دیفرانسیل

برای رسانش حرارتی تاخیر فاز را در دستگاه مختصات تک بعدی کلی  $\vec{x}$ : به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} & \left(1 + \tau_q^{(n)} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\tau_q^{(n)2}}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \left[ \rho^{(n)} c_p^{(n)} \frac{\partial^2 T^{(n)}}{\partial t^2} - \frac{\partial R^{(n)}}{\partial t} \right] \\ & = \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{m}{x} \right) \left[ \left( K^{(n)} + K^{*(n)} \tau_v^{(n)} \right) \frac{\partial^2 T^{(n)}}{\partial x \partial t} + K^{(n)} \tau_T^{(n)} \frac{\partial^3 T^{(n)}}{\partial x \partial t^2} + K^{*(n)} \frac{\partial T^{(n)}}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $m=0$ ,  $m=1$  و  $m=2$  به ترتیب اشاره به دستگاه مختصات کروی و سیلندری، دکارتی تک بعدی

دارند. معادله ۴ از مدل موجی تی پی ال به دست می آید با تعیین  $K^{*(n)} = \tau_n^{(n)} = 0$  به مدل دی پی ال موجی

شکل می رسیم. اگر اصطلاح  $\tau_q^{(n)2}$  را حذف کنیم به مدل دی پی ال می رسیم. به طور مشابه شرایط

$K^{*(n)} = \tau_v^{(n)} = \tau_T^{(n)} = 0$  و  $\tau_q^{(n)2} = 0$  منجر به مدل سی-وی می گردد. سرانجام با صرف نظر از  $\tau_q^{(n)}$  در رابطه ۴

رسانش حرارتی مرسوم فوریر به دست می آید. همچنین پارامتر بدون بعد تحلیل رسانش حرارتی در ابزار چند لایه

ای را طبق زیر معرفی می کنیم

$$\begin{aligned}
\zeta &= \frac{K^{(1)}t}{x_0^2}, \eta = \frac{x}{x_0}, \theta^{(n)} = \frac{T^{(n)} - T_0}{T_0}, Q_x^{(n)} = \frac{x_0 q_x^{(n)}}{K^{(1)}T_0} \\
\varepsilon_0^{(n)} &= \frac{K^{(1)}\tau_q^{(n)}}{x_0^2}, \delta_0^{(n)} = \frac{K^{(1)}\tau_T^{(n)}}{x_0^2}, \alpha_0^{(n)} = \frac{K^{(1)}\tau_b^{(n)}}{x_0^2} \\
K^{(1)} &= \frac{K^{(1)}}{\rho^{(1)}c_p^{(1)}}, K^{(n)} = \frac{K^{(n)}}{\rho^{(n)}c_p^{(n)}}, \eta_\gamma = \frac{x_i}{x_0} \\
\theta_{wi} &= \frac{T_{wi} - T_0}{T_0}, \theta_{wo} = \frac{T_{wo} - T_0}{T_0}
\end{aligned} \tag{5}$$

که در آن  $T_{wi}$  و  $T_{wo}$  دمای سطح داخلی و خارجی اند

### ۳- روش شناسی

مدل کلی تاخیر فاز برای حل رسانش حرارتی حالت ثابت و گذرا در ابزار تک بعدی چند لایه ای به کار می رود. هر دو رابط پیوندی کامل و ناقص را در نظر می گیریم. جواب ها را می توان در مواد منفذ و مدرج کارکردی طبق بخش های زیر به کار برد.

با استفاده از پارامترهای بدون مبعده و عدم تولید حرارت داخلی، معادله رسانش حرارتی برابر است با

$$\left(1 + \varepsilon_0^{(n)} \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\varepsilon_0^{(n)2}}{2} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}\right) \frac{\partial^2 \theta^{(n)}}{\partial \zeta^2} = \left[ C_T^{(n)2} + \left( \frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} + C_T^{(n)2} \alpha_0^{(n)} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} \delta_0^{(n)} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right] \left[ \frac{m}{\eta} \frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \theta^{(n)}}{\partial \eta^2} \right] \tag{6}$$

که در آن  $C_T^{(n)2} = \frac{K^{(n)}x_0^2}{\rho^{(n)}c_p^{(n)}K^{(1)2}}$ . همانطور که در (۱) شرح داده شد، سرعت موج حرارتی در هر لایه به ازای سی-وی،

دی پی ال شکل موج و تی پی ال شکل موج را می توان طبق رابطه ۶ چنین نوشت:

$$C_{C-V}^{(n)} = \sqrt{\frac{K^{(n)}}{K^{(1)}\varepsilon_0^{(n)}}} \quad (C-V) \tag{7a}$$

$$C_{DPL}^{(n)} = C_{TPL}^{(n)} = \frac{1}{\varepsilon_0^{(n)}} \sqrt{\frac{2K^{(n)}\delta_0^{(n)}}{K^{(1)}}} \quad (\text{Wave-like DPL and TPL}) \tag{7c}$$

طبق بالا خاطر نشان می کنیم که سرعت موج حرارتی بدون بعد در ابزار یک بعدی به تاخیر فازی شار حرارت، تاخیر

فازی ضریب دما و ویژگی های مادی هر لایه کامپوزیت چند لایه و نیز  $C_{DPL}^{(n)} = C_{TPL}^{(n)} = C_{C-V}^{(n)} \sqrt{\frac{2\delta_0^{(n)}}{\varepsilon_0^{(n)}}}$  بستگی دارد.

اختلاف ویژگی های مادی بین لایه های مجاور در کنار نقص بین وجهی باعث تفکیک موج حرارتی به بخش انتقال یافته می گردد. برای حل معادله رسانش حرارتی ۶ در حیطه زمانی تبدیل لاپلاس در اینجا به کار می رود:

$$\bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(\zeta) \exp(-s\zeta) d\zeta \quad (8)$$

که در آن  $\bar{f}$  نشان دهنده تبدیل لاپلاس تابع  $f(\zeta)$  و  $s$  متغیر لاپلاس است. با به کارگیری تبدیل لاپلاس در معادله ۶ و با توجه به موقعیت اولیه صفر داریم

$$\eta^2 \frac{\partial \bar{\theta}^{(n)}}{\partial \eta^2} + m\eta \frac{\partial \bar{\theta}^{(n)}}{\partial \eta} - D_{TPL}^{(n)} \eta^2 \bar{\theta}^{(n)} = 0 \quad (9)$$

که در آن

$$D_{TPL}^{(n)} = \frac{\left(1 + \varepsilon_0^{(n)} s + \frac{\varepsilon_0^{(n)2}}{2} s^2\right) s^2}{C_T^{(n)2} + \left(\frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} C_T^{(n)2} \alpha_0^{(n)2}\right) s + \frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} \delta_0^{(n)} s^2} \quad (10)$$

معادله دیفرانسیل (۹) به لحاظ توابع باسل حل می گردد:

$$\theta^{(n)}(\eta, s) = \eta^{\frac{1-m}{2}} \left( A_1^{(n)} J_{G^{(n)}}(I^{(n)} \eta) + A_2^{(n)} Y_{G^{(n)}}(I^{(n)} \eta) \right) \quad (11)$$

که در آن

$$G^{(n)} = \left| \frac{m-1}{2} \right|, \quad I^{(n)} = \sqrt{-D_{TPL}^{(n)}} \quad (12)$$

و  $A_1^{(n)}$  و  $A_2^{(n)}$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) مقادیر ثابت اند و  $J_{G^{(n)}}$  و  $Y_{G^{(n)}}$  توابع بسل مرتبه  $G^{(n)}$  از نوع اول و دوم اند. شار

حرارتی همچنین در حیطه لاپلاس با معادلات ۱-۵-۸-۱۱ طبق زیر نوشته می شود:



$$\begin{aligned} \tilde{Q}_x^{(n)}(\eta, s) = & \frac{P_{TPL}^{(n)}}{2} \eta^{-\frac{m-1}{2}} \left( A_1^{(n)} (M^{(n)} J_{G^{(n)}}(I^{(n)} \eta) - 2I^{(n)} \eta J_{G^{(n)+1}}(I^{(n)} \eta)) \right. \\ & \left. + A_2^{(n)} (M^{(n)} Y_{G^{(n)}}(I^{(n)} \eta) - 2I^{(n)} \eta Y_{G^{(n)+1}}(I^{(n)} \eta)) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن

$$\begin{aligned} M^{(n)} &= 2G^{(n)} - (m - 1), \\ P_{TPL}^{(n)} &= - \frac{C_T^{(n)^2} + \left( \frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} + C_T^{(n)} \alpha_0^{(n)} \right) s + \frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} \delta_0^{(n)} s^2}{s \left( 1 + \varepsilon_0^{(n)} s + \frac{\varepsilon_0^{(n)^2}}{2} s^2 \right)} \end{aligned}$$

مقادیر ثابت در معادله ۱۱ با مرز حرارتی و شرایط بین وجهی به دست می آیند

$$\theta^{(1)}(\eta, \zeta) \Big|_{\eta=\eta_j} = \theta_{wf_i}(\zeta) \quad (15a)$$

$$\frac{\chi_T^{(j)} K^{(1)}}{X_0} Q_x^{(j)}(\eta, \zeta) \Big|_{\eta=\eta_{j+1}} = (\theta^{(j)}(\eta, \zeta) - \theta^{(j+1)}(\eta, \zeta)) \Big|_{\eta=\eta_{j+1}} \quad (15b)$$

$$Q_x^{(j)}(\eta, \zeta) \Big|_{\eta=\eta_{j+1}} = Q_x^{(j+1)}(\eta, \zeta) \Big|_{\eta=\eta_{j+1}} \quad (15c)$$

$$\theta^{(N)}(\eta, \zeta) \Big|_{\eta=1} = \theta_{wf_0}(\zeta) \quad (j = 1, 2, \dots, N - 1) \quad (15d)$$

که در آن  $\chi_T^{(j)}$  مقدار ثابت حرارتی است یا اینکه مقاومت تماس به ازای رابط ناقص بین لایه های  $j$  و  $j+1$  است:  $f_i$  و  $f_0$  توابع زمانی بری شرایط مرزی حرارتی به کاررفته در سطوح داخلی و خارجی اند. رابط پیون کامل را می توان با  $\chi_T^{(j)} = 0$  تعیین کرد. در این تحلیل  $\bar{f}_i(\zeta) = \bar{f}_0(\zeta) = H(\zeta)$ ، به عنوان توابع وابسته به زمان به کار می روند. با رابه

۱۱ و ۱۳ با شرایط بین وجهی و مرزی حرارتی در حیطه لاپلاس منجر به معادله جبری زیر می گردد:

$$[K_{TPL}]_{2N \times 2N} X_{TPL}^{2N \times 1} = F_{TPL}^{2N \times 1} \quad (16)$$

که در آن  $[K_{TPL}]$  نوعی ماتریس  $2N \times 2N$  می باشد و  $\{X_{TPL}\}$  برابر بردار  $2N \times 1$  ترکیب مقادیر ثابت است و  $\{F_{TPL}\}$  بردار  $2N \times 1$  می باشد با حل رابطه ۱۶ تغییر دمای گذر و  $\{X_{TPL}\}^T = \{A_1^{(1)} \ A_2^{(1)} \ \dots \ A_1^{(N)} \ A_2^{(N)}\}$

شارز حرارتی در حیطه لاپلاس به دست می آید. برای بازگردانی تغییر دما و شار حرارتی در حیطه زمانی، راهبرد تبدیل لاپلاس سریع به کار می رود. تبدیل لاپلاس  $\tilde{f}(\eta, s)$  در زمان  $\zeta_k$  طبق زیر به دست می آید.

$$f(\eta, \zeta_k) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{s\zeta_k} \tilde{f}(\eta, s) ds$$

$$\approx G(k) \left[ -\frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{f}(\eta, a)\} + \text{Re} \left\{ \sum_{p=0}^{N_n-1} (A(\eta, p) + iB(\eta, p)) W^{pk} \right\} \right] \quad (17)$$

که در آن

$$A(\eta, p) = \sum_{q=0}^{L_n} \text{Re} \left( \tilde{f} \left( \eta, a + i(p + qN_n) \frac{2\pi}{T_{total}} \right) \right) \quad B(\eta, p)$$

$$= \sum_{q=0}^{L_n} \text{Im} \left( \tilde{f} \left( \eta, a + i(p + qN_n) \frac{2\pi}{T_{total}} \right) \right)$$

$$G(k) = \frac{2}{\zeta_{total}} e^{ak\Delta\zeta}, \quad \Delta\zeta = \frac{\zeta_{total}}{N_n}, \quad W = e^{i\frac{2\pi}{N_n}}, \quad i = \sqrt{-1} \quad (18)$$

که در آن  $\zeta_{Total}$  کل بازه زمانی بدون بعد برای تبدیل لاپلاس و  $a$  عدد حقیقی دلخواه در تابع  $f(\eta, s)$  می باشد و  $L_n$  و  $N_n$  پارامترهای دقیق راهبرد تبدیل لاپلاس سریع توسط دوربین می باشد. راه حل های وضعیت ثابت زیر به ازای بزار تک بعدی القا شده را می توان با شکل وضعیت ثابت معادلات (۱) و (۳) و نیز معادله ۵ به دست آورد:

$$\theta_s^{(n)} = A_{1s}^{(n)} + A_{2s}^{(n)} \eta^{1-m}$$

$$Q_{xs}^{(n)} = -(1-m) \frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} A_{2s}^{(n)} \eta^{-m} \quad (\text{for } m=0 \text{ and } m=2) \quad (19a)$$

$$\theta_s^{(n)} = A_{1s}^{(n)} + A_{2s}^{(n)} \ln(\eta), \quad Q_{xs}^{(n)} = -\frac{K^{(n)}}{K^{(1)}} \frac{A_{2s}^{(n)}}{\eta} \quad (\text{for } m=1) \quad (19b)$$

که در آن  $\theta_s^{(n)}$  و  $Q_{xs}^{(n)}$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) نشان دهنده تغییر دمای وضعیت ثابت و شار حرارتی هر لایه کامپوزیت چند لایه ای اند. شرط وجهی و مرزی وضعیت ثابت منجر به رابطه جبری زیر برای دستیابی به مقادیر ثابت  $A_{1s}^{(n)}$  و  $A_{2s}^{(n)}$  می گردد:

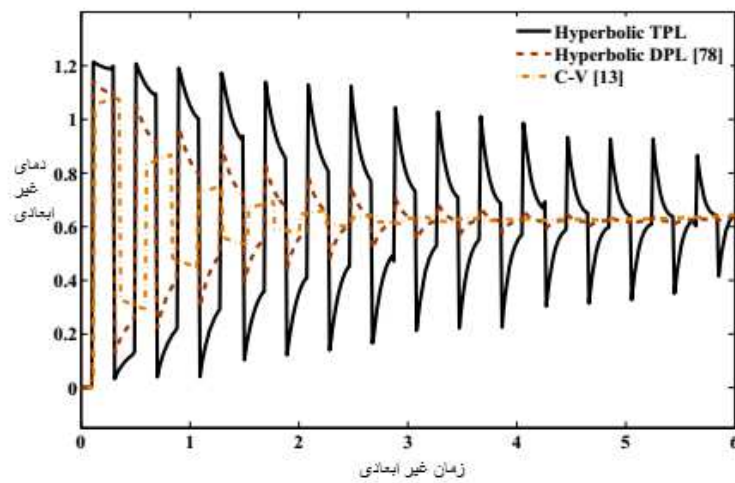
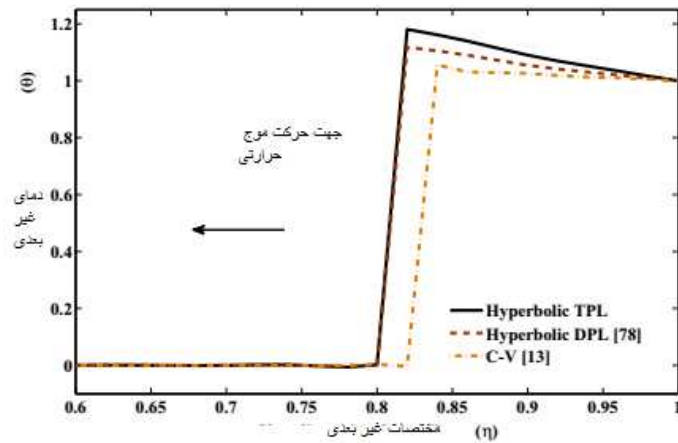
$$[K_s]_{2N \times 2N} \{X_s\}_{2N \times 1} = \{F_s\}_{2N \times 1} \quad (20)$$

که در آن  $[K_s]$  ماتریس  $2N \times 2N$ ،  $\{X_s\}$  بردار  $2N \times 1$  مقدار ثابت  $\{X_s\}^T = \{A_{1s}^{(1)} \ A_{2s}^{(1)} \ \dots \ A_{1s}^{(N)} \ A_{2s}^{(N)}\}$  و  $\{F_s\}$  برابر بردار  $2N \times 1$  می باشد که مولفه های آن در ضمیمه ب تعیین شده است. شیوه بالا در بخش بعدی برای مقایسه و بحث عکس العمل های حرارتی نظریه های رسانش حرارتی به کار میرود.

#### ۴- مقایسه نظریه های رسانش حرارتی غیرفوریر سی-وی، تی پی ال، دی پی ال

شکل ۲ عکس العمل های حرارتی محیط همگون با شعاع داخلی و خارجی  $x_i = 0.6$  و  $x_o = 1$  نشان می دهد. واکنش های حرارتی به دست آمده با مدل های تی پی ال، دی پی ال و سی-وی طرح بندی می شوند. دمای مساعد اولیه  $T_0 = 300 \text{ K}$  است. سطح داخلی در دمای مناسب بوده در حالی که سطح خارجی تغییر دمای ناگهانی را تجربه می کند که به  $T_{wo} = 600 \text{ K}$  افزایش می یابد. تاخیر فاز بدون بعد شار حرارتی، ضریب دما و ضریب جابجایی حرارتی  $\delta_0 = 0.25$ ،  $\epsilon_0 = 0.35$  و  $\alpha_0 = 0.15$  است. پارامتر تی پی ال  $C_T^2 = 2$  است. مقدار شار حرارتی تاخیر فاز  $10^{-14}$  و  $10^3 \text{ s}$  به ازای فلزات است. افزایش دمای ناگهانی در سطح بیرونی باعث می شود موج حرارت به سمت بیرون انتشار یابد.

توزیع دما در ضخامت دیواره کره در زمان بدون بعد  $\zeta = 0.098$  و و سابقه زمان دما در سطح میانی کره  $\eta = 0.8$  شرح داده می شود. شکل ۲ الف رسانش حرارتی نوع نوع هذلولی را نشان می دهد که می تواند انتشار موج حرارتی را با سرعت موج حرارت محدود از طریق ابزار پیش بینی کند که به خاطر ماهیت هذلولی معادلات حکم فرما می باشد. شکل ۲ ب نشان دهنده سابقه دما در وسط نوسانات صفحه پیرامون دمای وضعیت ثابت است. بیشترین دمای گذرا تی پی ال ۱۲٪ بالاتر از مدل سی-وی است، دمای گذرا ماکسیمم دی پی ال ۶٪ بالاتر از مدل سی-وی است. چون رویکردهای غیر فوریر به نظر می رسد که نتایج تجربی بهتری به دست دهند، آنها را در ابزارهای مدرج به کار می بریم.



## ۵- به کارگیری نظریه های تی پی ال و دی پی ال در ابزار مدرج به لحاظ کارکردی

روش شناسی شرح داده شده در بخش ۳ در اینجا برای مدل سازی ابزار منفذ و جامد مدرج به لحاظ کارکردی به کار می رود. قبل از ارائه عکس العمل حرارتی به معرفی ویژگی های ابزار منفذ و برآورد پروفایل ابزارهای مدرج به لحاظ کارکردی می پردازیم.

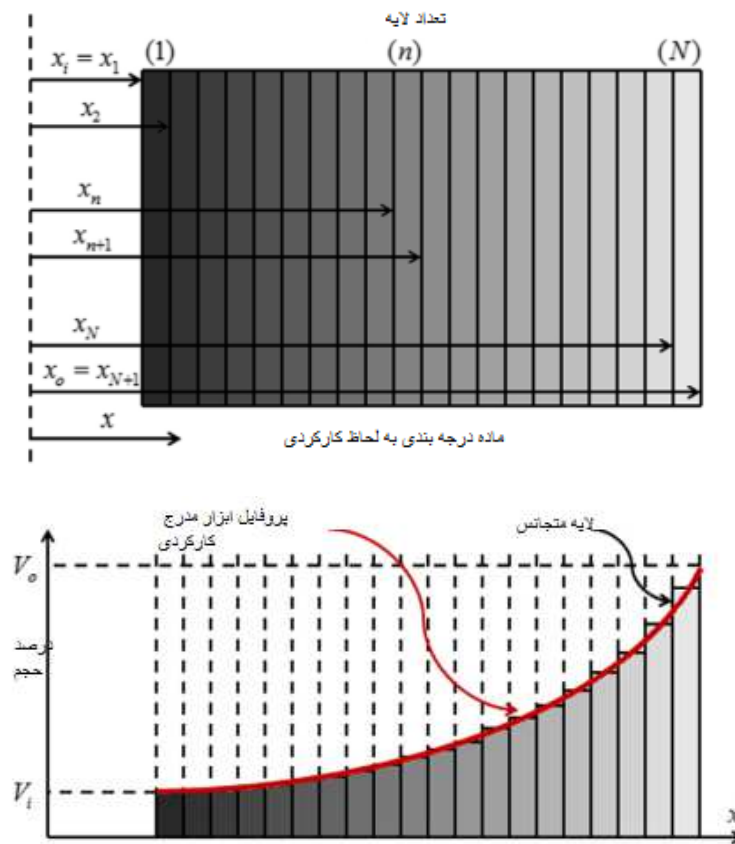
### ۵-۱ مواد سلولی

در اینجا هدف بر مواد سلولی است که شامل فوم و شبکه است. تحلیل خرده مقیاس ابزار منفذ به لحاظ محاسباتی دشوار است، مدل چند مقیاسی بر اساس نظریه همگون سازی به کار می رود. ما مواد سلولی، ویژگی های آنها و ویژگی های ماده موثر آنها را بررسی می کنیم. در پی این راهبرد، حرارت ویژه موثر فوم ها را می توان با قانون کلاسیک ترکیبی به دست آورد که شامل اثرگذاری گاز و جامد بر طبق زیر است:

$$\bar{\rho} \bar{c}_p = (\rho_s c_{p_s}) \rho_r + (\rho_g c_{p_g})(1 - \rho_r) \quad (21)$$

که در آن اندیس s,g نشان دهنده خواص ماده جامد و گاز،  $\rho_r$  غلظت نسبی تعریف شده به عنوان  $\rho_r = \frac{\bar{p}}{\rho_c}$  می باشد. اگر همرفت حرارت گاز را به خاطر اندازه کوچک منافذ نادیده بگیریم، می توانیم رسانش حرارتی آن را طبق زیر برآورد کنیم:

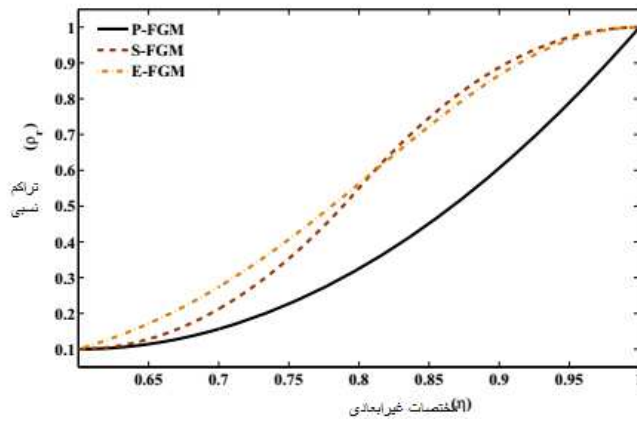
$$\bar{K} = \frac{1}{3} (\rho_r + 2\rho_r^{\frac{2}{3}}) K_s + (1 - \rho_r) K_g \quad (22)$$



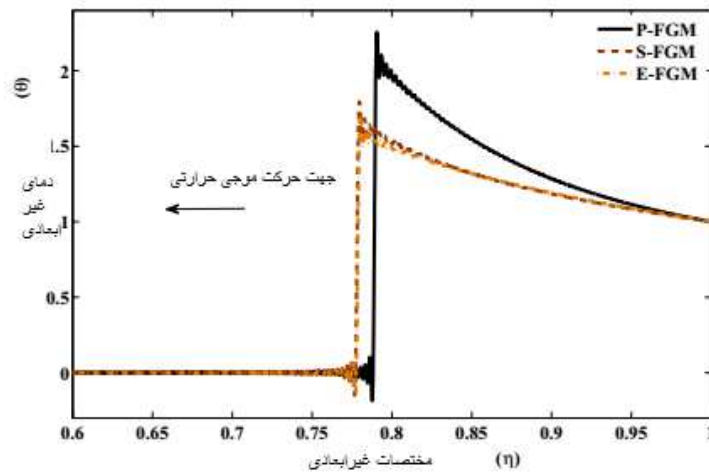
شکل ۳- لایه های همگون مدل سازی ابزارهای مدرج به لحاظ کارکردی

در این اثر فرض می کنیم حرارت ویژه و رسانش حرارتی گاز معادل هوای خشک است:  $\rho_g c_{p_g} = 1.006 \times 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}$  و معادلات ۲۱ و ۲۲ ویژگی های حرارتی مفیدی اند که می توان برای تحلیل رسانش حرارتی در

کامپوزیت های چندلایه ای با لایه های منفذ به کار برد.

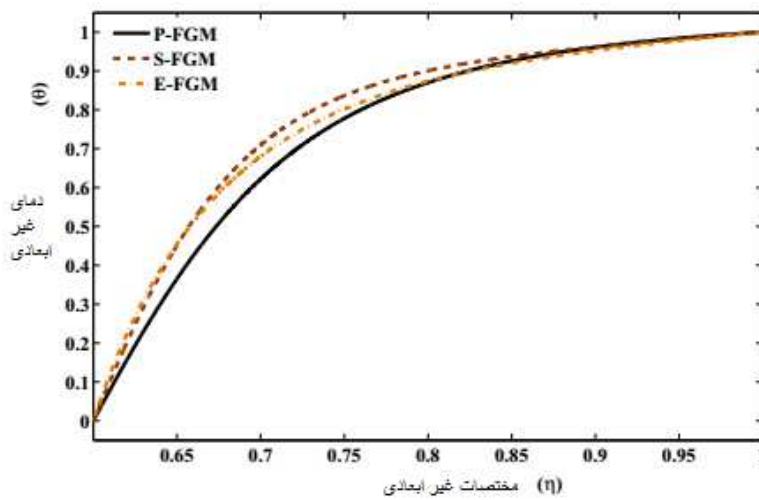


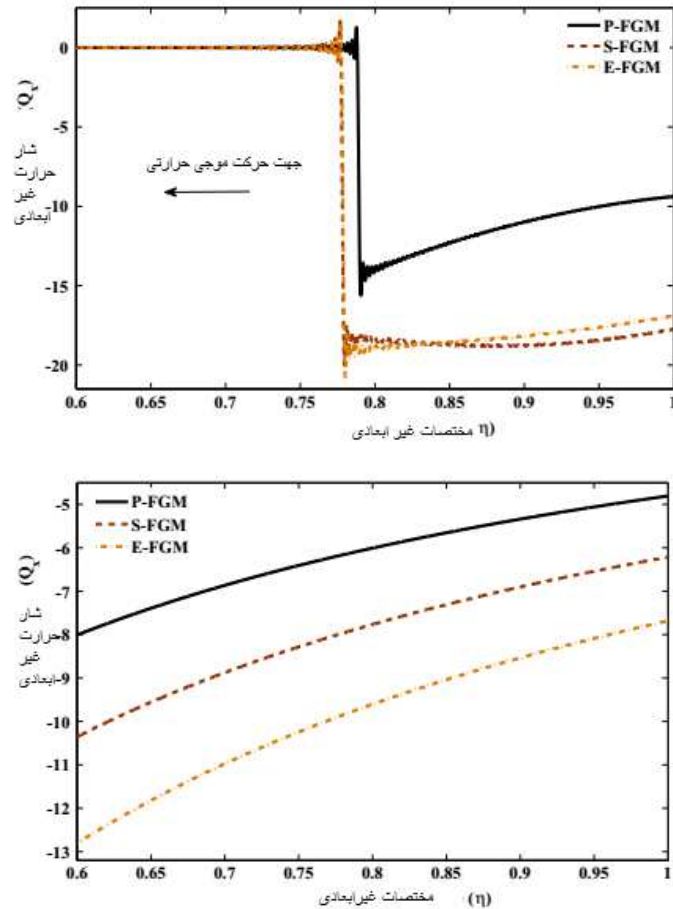
شکل ۴- تاثیر پروفایل ابزار مدرج به لحاظ کارکردی بر توزیع تراکم نسبی سیلندر اف.جی.سی



شکل ۵- تاثیر پروفایل مدرج به لحاظ کارکردی بر استانه اف جی سی به ازای توزیع دما

الف





شکل ۶- تاثیر پروفایل ابزار مدرج به لحاظ کارکردی بر استوانه اف جی سی بر توزیع شار حرارتی

## ۲-۵ مواد سلولی درجه بندی شده به لحاظ کارکردی

ساختارهای درجه بندی کارکردی در اینجا به عنوان کامپوزیت چند لایه ای پیوند کامل مدل سازی می شوند که در آن ویژگی های ماده لایه های متجانس طبق پروفایل ابزار درجه بندی شده به لحاظ کارکردی اند. پروفایل ویژگی به عنوان تابع لایه های متجانس به عنوان تابع کسر حجم وی بیان می شود. دقت پروفایل ویژگی برآوردی و واکنش های حرارتی پیش بینی شده ابزار درجه بندی شده به لحاظ کارکردی با تعداد لایه های مصنوعی  $N$  در راه حل های حرارتی بخش ۳ پیش بینی می گردد. در این مقاله پروفایل های ابزار درجه بندی شده به لحاظ کارکردی با قوانین قدرت زیر مدل سازی می شوند

$$\chi = \chi_i + (\chi_o - \chi_i) \left( \frac{\eta - \eta_7}{1 - \eta_7} \right)^{n_z} \quad (23a)$$

پروفایل های ابزار درجه بندی شده به لحاظ کارکردی به شکل حلقوی:

$$\chi = \chi_i + \frac{(\chi_o - \chi_i)}{2} \left( \frac{2(\eta - \eta_7)}{1 - \eta_7} \right)^{n_z} \quad \left( \eta_7 \leq \eta \leq \frac{1 + \eta_7}{2} \right)$$

$$\chi = \chi_i + (\chi_o - \chi_i) \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2(\eta - 1)}{\eta_7 - 1} \right)^{n_z} \right) \quad \left( \frac{1 + \eta_7}{2} \leq \eta \leq 1 \right)$$

(23b)

و شکل تصاعدی آن برابر است با

$$\chi = \chi_o \exp \left( \ln \left( \frac{\chi_i}{\chi_o} \right) \left( \frac{1 - \eta}{1 - \eta_i} \right)^{n_z} \right) \quad (23c)$$

که در آن  $\chi$  هر نوع ویژگی ماده ابزار درجه بندی شده به لحاظ کارکردی و  $n_z$  شاخص نامتجانس متناظر است. برآورد مستقیم ابزار درجه بندی شده به لحاظ کارکردی می توان برای جامدات درجه بندی شده به لحاظ کارکردی و ماده های سلولی درجه بندی شده به لحاظ کارکردی به کار برد.

### ۳-۵ عکس العمل های حرارتی وسایل درجه بندی شده به لحاظ کارکردی

ماده های سلولی درجه بندی شده به لحاظ کارکردی گزینه های سبک وزن برای کامپوزیت های چند لایه ای اند که اغلب دچار ناقصی های پیوندی اند که ناشی از تفکیک نامطلوب امواج حرارتی اند. مواد سلولی درجه بندی شده به لحاظ کارکردی تحول ادامه دار ویژگی های ماده فراهم می کنند.

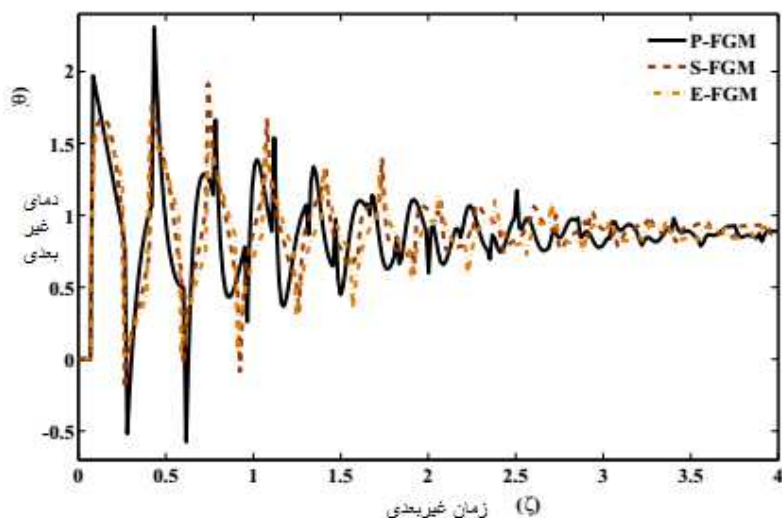
برای مطالعه عکس العمل های حرارتی وسایل درجه بندی شده به لحاظ کارکردی، نمونه واقعی را بررسی می کنیم. استوانه سلولی درجه بندی کارکردی با شعاع داخلی و خارجی ۰/۶ و ۱ و تراکم نسبی لایه های داخلی و خارجی ۰/۱ و ۱ در نظر بگیرید. دمای استوانه ناگهان به ۶۰۰ کلوین می رسد. طبق معادلات ۲۱ و ۲۲ نوسات تراکم نسبی ویژگی های حرارتی موثر استوانه سلولی مدرج کارکردی را نشان می دهد. این مسئله در شکل های ۶۵ نشان داده شده



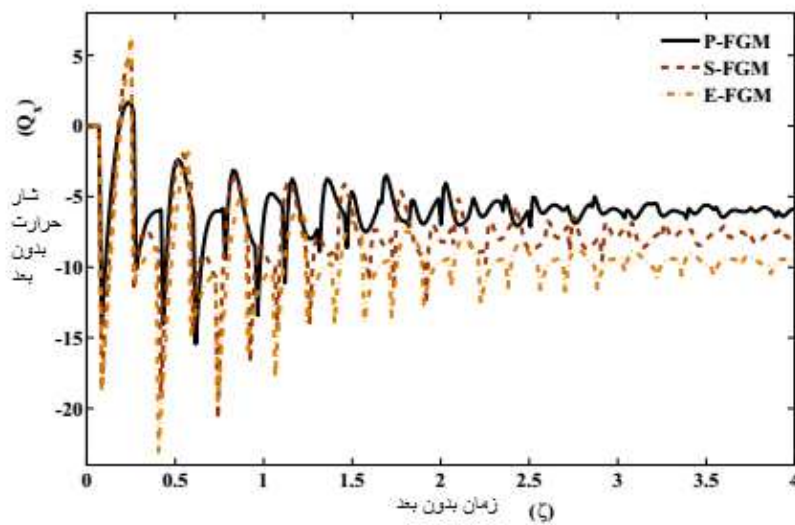
است. شکل ۷ نشان دهنده دما و سابقه زمانی میانه استوانه در پروفایل های وسیله درجه بندی کارکردی نشان می دهد. لذا پروفایل درجه بندی کارکردی مناسبی انتخاب نمودیم. به علاوه شکل ۵الف و ۶الف نشان دهنده افزایش در محاسبات نقاط فضایی هر لایه است.

### ۶- به کارگیری نظریه های تی پی ال و دی پی ال در وسایل چند لایه ای

این بخش به مطالعه رفتار حرارتی وسایل منفذ و جامد چند لایه ای و نیز تاثیر نقص پیوندی، ناهمگونی لایه های پیوندی و تراکم نسبی هسته منفذ در وسیله چند لایه ای نشان می دهد.

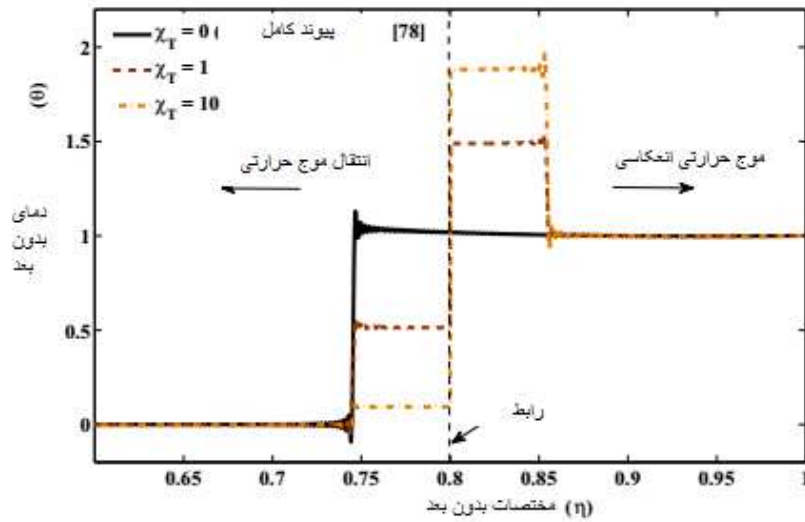


الف-

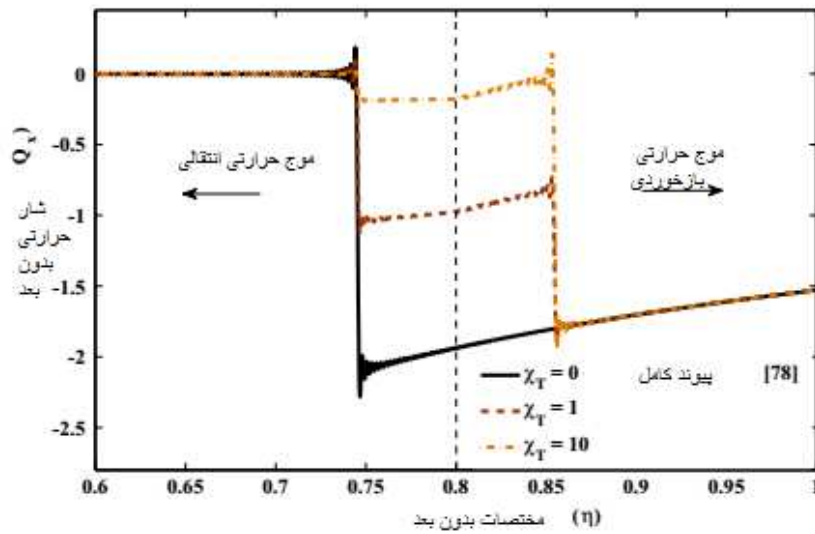


ب

شکل ۷- تاثیر پروفایل وسیله مدرج به لحاظ کارکردی بر استوانه سلولی مدرج به لحاظ کارکردی



الف-



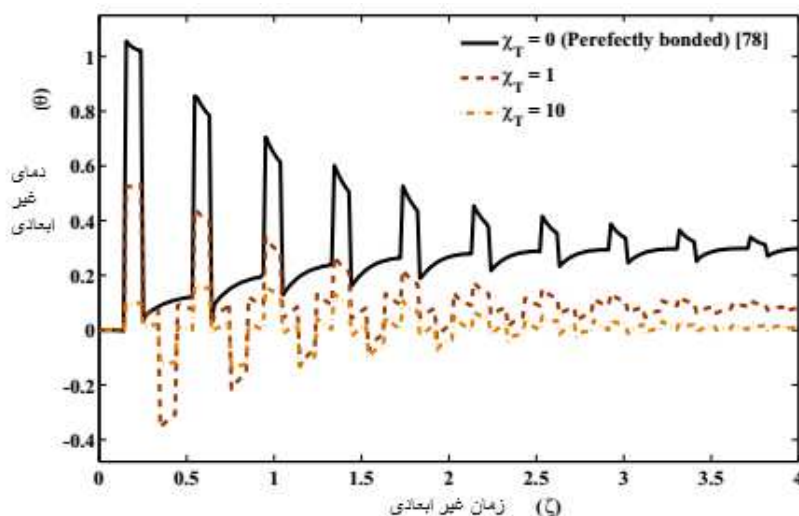
ب

شکل ۸- تاثیر مطاوعت حرارتی بر توزیع دما و شار حرارتی در زمان بدون بعد.

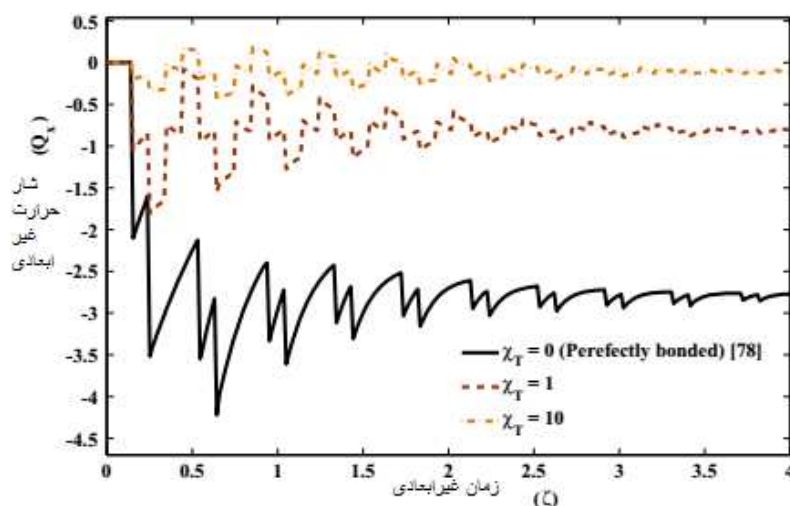
### ۶-۱ تاثیر نقص در پیوند

شکل ۸ نشان دهنده تاثیر نقاط وجه مشترک با پیوند ناقص بر دما و توزیع شار حرارتی استوانه دولایه ای با شعاع داخلی ۰.۶ و شعاع خارجی ۱ است. استوانه دچار تغییر ناگهانی به ۶۰۰ کلوین می گردد و مدل دی پی ال هذلولی برای پیش بینی رسانش حرارتی به کار می رود. برای مطالعه مقدار ثابت پیروی حرارتی بدون بعد به خاطر نقص

پیوندی  $\chi_T$  استوانه دولایه ای در نظر می گیریم. شکل ۸ الف و ب ار حرارتی و دما را به ازای زمان بدون بعد  $\zeta = 0.126$  نشان می دهد. پیوند ناقص منجر به تفکیک موج حرارتی اولیه به بخش انتقالی و بازخوردی می باشد که به سوی سطوح داخلی و بیرونی استوانه در حرکت اند. شکل ۹ مقدار مطلق دمای گذرا و ثابت و شار حرارتی در میان لایه داخلی را نشان می دهد. شکل های ۸ و ۹ نشان می دهند که پیروی حرارتی اختلاف دما را در رابط استوانه تقویت نموده و از انتقال حرارت در طی رابط می کاهد.



الف-

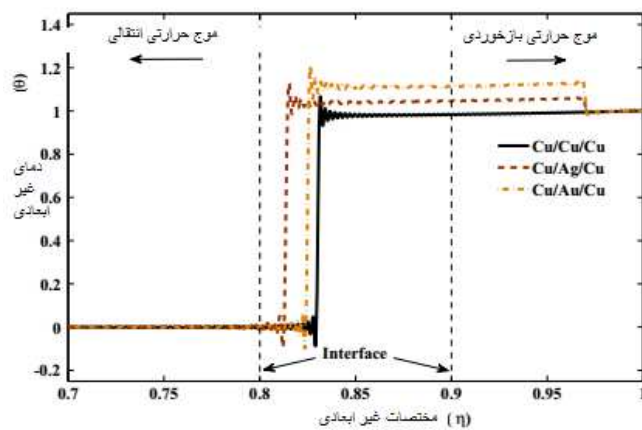


ب

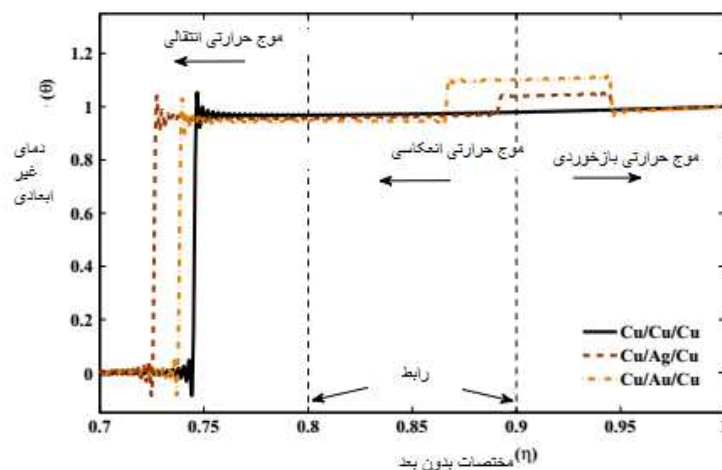
شکل ۹- تاثیر پیروی حرارتی بر دما و سابقه زمانی شار حرارتی.

## ۲-۶ تاثیر ناهمسانی

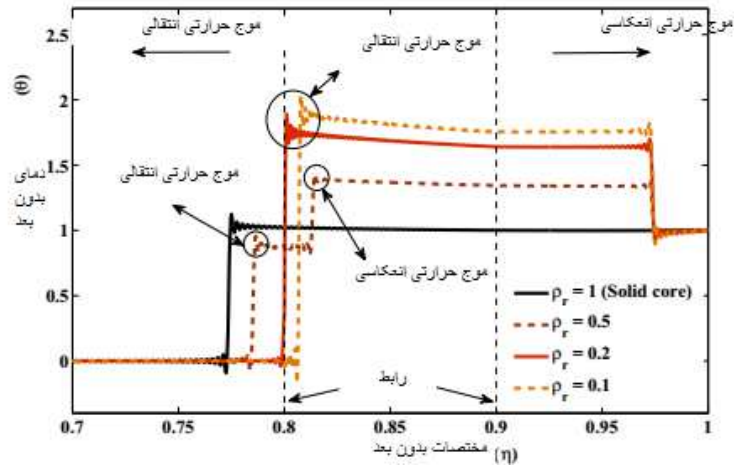
نقائص پیوندی اغلب باعث تفکیک موج حرارتی در نظام چند لایه ای می شوند. ناهمسانی ماده در کل عامل اصلی است. شکل ۱۰ نشان دهنده تاثیر ناهمسانی لایه میانی است. با مدل تی پی ال هذلولی موقعیت سطوح داخلی و خارجی بربر ۰.۷ و ۱ فرض می شوند. لایه ساندویچی شامل  $Cu$ ،  $Ag$  یا  $Au$  است. به ازای چیدمان های  $Cu/Au/Cu$ ،  $Cu/Cu/Cu$  و  $Cu/Ag/Cu$  مشاهده می کنیم که امواج حرکتی به سمت لایه داخلی حرکت می کنند. شکل ۱۰ الف نشان دهنده سرعت موج حرارتی در لایه میانی  $Ag$  است که بالاتر از  $Au$  به خاطر خواص حرکتی است. موج حرارتی از نقاط رابط انتقال یافته و منعکس می گردد آن همچنین از لایه داخلی و خارجی صفحه در ۰.۱ منعکس می گردد تا در نهایت به دمای حالت ثابت می رسد.



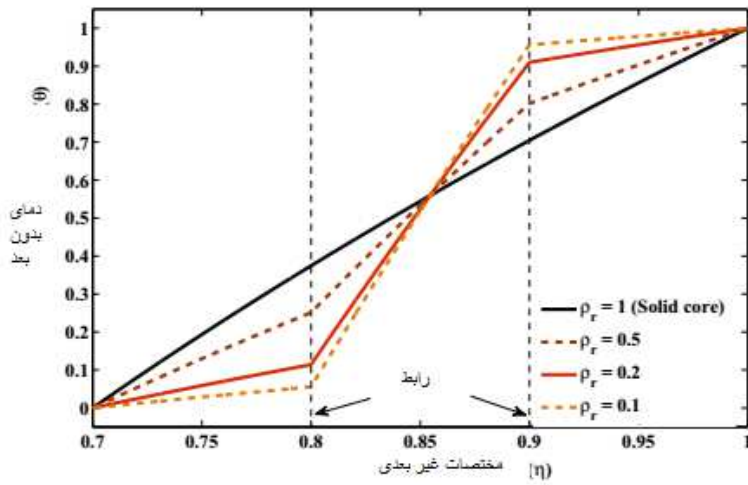
الف-



ب- شکل ۱۰- تاثیر ناهمسانی مواد در لایه میانی صفحه ساندویچی بر توزیع دما در زمان بدون بعد

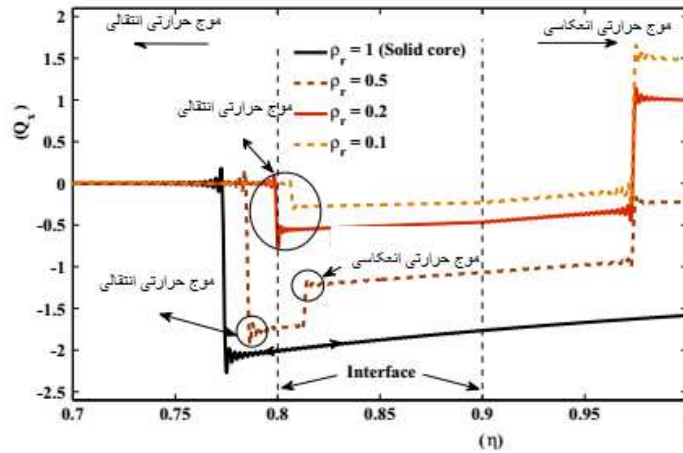


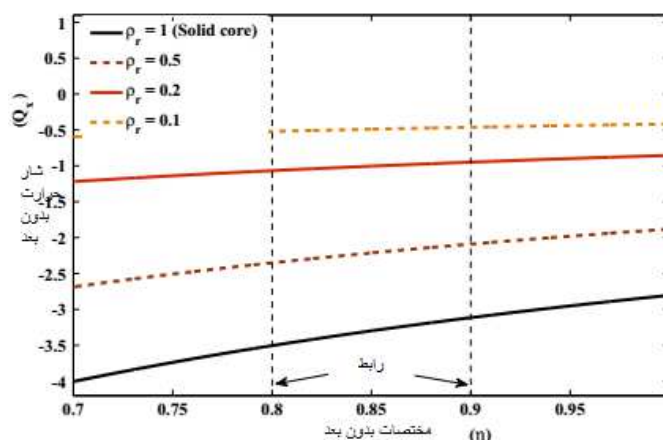
الف-



ب

شکل ۱۱- تاثیر تراکم نسبی برای لایه میانی منفذ در استوانه ساندویچی





ب

شکل ۱۲- تاثیر تراکم نسبی لایه میانی منفذ در صفحه ساندویچی

### ۳-۶ عکس العمل حرارتی پنل های ساندویچی با هسته های منفذ

در اینجا به بررسی پنل های ساندویچی با هسته های منفذ مورد استفاده رایج در هوافضا، الکترونیک و زیست پزشکی می پردازیم. طبق انتظار نشان می دهیم هنگامی که اختلال حرارتی به پنل ساندویچ برخورد می کند، تراکم نسبی هسته سلولی عکس العمل حرارتی را کنترل می کند. لذا به بررسی سیلندر استوانه ای با لایه های جامد داخلی و خارجی Cu با تراکم نسبی  $\rho_r$  می پردازیم و شعاع داخلی و خارجی سیلندر ۰.۷ و ۱ به ترتیب می باشد. مقدار ثابت پیروی حرارتی برای تمامی وجه های مشترک برابر است با:

$$\chi_T = \frac{Z_T^{(j)} K^{(j)}}{x_0} \quad (j = 1, 2, \dots, N-1)$$

شکل ۱۱ و ۱۲ توزیع شار حرارت و دمای به دست آمده با مدل هذلولی دی پی ال نشان می دهد. ارقام دمای ثابت و گذرا و توزیع شار حرارت با تراکم نسبی در لایه های منفذ، کاهش سرعت موج حرارتی با تراکم نسبی نشان می دهند. کاهش تراکم در لایه میانی سیلندر رخ می دهد چون دمای گذرا در لایه داخلی کاهش می یابد. این کاهش تراکم از شدت شار حرارتی می کاهد. به علاوه بررسی های عکس العمل گذرا نشان می دهد که از طرفی تراکم نسبی لایه میانی دمای وضعیت ثابت نیمه اول سیلندر را کاهش می دهد از طرفی دیگر دمای ثابت نیمه دوم استفاده

ندیک به آشوب حرارتی را افزایش می دهد. شار حرارتی درون سیلندر به هر حال با تراکم نسبی لایه میانی کاهش می یابد.

## ۷- نتیجه گیری

این مقاله به مطالعه رسانش حرارت در ابزار درجه بندی ۱ بعدی با رابط پیوند ناقص از طریق نظریه های غیرفوریر می پردازد. چارچوب نظری برای مطالعه عکس العمل های حرارتی سیستم های چند لایه ای تک بعدی، ابزار جامد درجه بندی شده به لحاظ کارکرد و مواد نفوذی مطرح می کنیم. تی پی ال ۵٪ اختلاف ما در موج حرارتی پیش بینی می کند. بیشترین دمای گذرا قبلی همچنین ۶٪ بالاتر از دومی است. روش تحلیل حرارت از نظریه های رسانش حرارتی غیرفوریر از جمله تاخیر سه فاز، تاخیر تدو فاز و رسانش حرارتی هذلولی استفاده می کند. ابزارهای درجه بندی شده به عنوان سیستم های چندلایه ای مدل سازی می شوند که نشان دهنده تعداد محدودی از لایه ها هستند. به ازای هر لایه همگون، معادلات دیفرانسیل رسانش حرارتی با توصیف تاخیر سه فاز موجی شکل در حیطه لاپلاس حل می شوند. در بخش آخر مقاله به بررسی تاثیر نقص پیوندی، ناهمسانی پیوند و تراکم نسبی لایه های منفذ پرداختیم. نتایج عددی نشان می دهد که این نقص پیوندی و ناهمسانی ماده علل عمده تفکیک موج حرارتی اند. در رابط بین لایه های پیوند ناقص، دمای بین دولایه متفاوت است. تراکم نسبی هسته منفذ در پنل ساندوریچ بر رفتار حرارتی تاثیر می گذارد. سرکعت موج حرارتی و شار حرارت با شدت نسبی کاهش می یابد در حالی که دمای گذرا افزایش می یابد. این امر به دستیابی نگرش در زمینه اهمیت انتخاب تراکم نسبی کمک می کند که مدیریت حرارتی پنل ساندوریچی با هسته منفذ بهینه سازی گردد.

ضمیمه الف مولفه های غیرصفر  $[K_{TPL}]$ ،  $[X_{TPL}]$  و  $\{F_{TPL}\}_{2N \times 1}$  در معادله ۱۶ طبق زیر مطرح می شوند

$$\begin{aligned}
K_{TR}(1, 1) &= \eta_7^{\frac{1-m}{2}} J_{C^0}(I^{(1)}\eta_7), \quad K_{TR}(1, 2) = \eta_7^{\frac{1-m}{2}} Y_{C^0}(I^{(1)}\eta_7) \\
K_{TR}(2j, 2j-1) &= \frac{\chi_T^{(0)} K^{(1)}}{x_0} \\
&\quad \times \frac{P^{(0)}}{2} \eta_{j+1}^{\frac{-m-1}{2}} \left( M^{(0)} J_{C^0}(I^{(0)}\eta_{j+1}) - 2I^{(0)}\eta_{j+1} J_{C^{0+1}}(I^{(0)}\eta_{j+1}) \right. \\
&\quad \left. - \eta_{j+1}^{\frac{1-m}{2}} J_{C^0}(I^{(0)}\eta_{j+1}) \right) \\
K_{TR}(2j, 2j) &= \frac{\chi_T^{(0)} K^{(1)}}{x_0} \\
&\quad \times \frac{P^{(0)}}{2} \eta_{j+1}^{\frac{-m-1}{2}} \left( M^{(0)} Y_{C^0}(I^{(0)}\eta_{j+1}) - 2I^{(0)}\eta_{j+1} Y_{C^{0+1}}(I^{(0)}\eta_{j+1}) \right. \\
&\quad \left. - \eta_{j+1}^{\frac{1-m}{2}} Y_{C^0}(I^{(0)}\eta_{j+1}) \right) \\
K_{TR}(2j, 2j+1) &= \eta_{j+1}^{\frac{1-m}{2}} J_{C^{0+1}}(I^{(0+1)}\eta_{j+1}), \quad K_{TR}(2j, 2j+2) \\
&= \eta_{j+1}^{\frac{1-m}{2}} Y_{C^{0+1}}(I^{(0+1)}\eta_{j+1}) \\
K_{TR}(2j+1, 2j-1) &= -\frac{P^{(0)}}{2} \eta_{j+1}^{\frac{-m-1}{2}} \left( M^{(0)} J_{C^0}(I^{(0)}\eta_{j+1}) - 2I^{(0)}\eta_{j+1} J_{C^{0+1}}(I^{(0)}\eta_{j+1}) \right) \\
K_{TR}(2j+1, 2j) &= -\frac{P^{(0)}}{2} \eta_{j+1}^{\frac{-m-1}{2}} \left( M^{(0)} Y_{C^0}(I^{(0)}\eta_{j+1}) - 2I^{(0)}\eta_{j+1} Y_{C^{0+1}}(I^{(0)}\eta_{j+1}) \right) \\
K_{TR}(2j+1, 2j+1) &= -\frac{P^{(0+1)}}{2} \eta_{j+1}^{\frac{-m-1}{2}} \left( M^{(0+1)} J_{C^{0+1}}(I^{(0+1)}\eta_{j+1}) \right. \\
&\quad \left. - 2I^{(0+1)}\eta_{j+1} J_{C^{0+1+1}}(I^{(0+1)}\eta_{j+1}) \right) \\
K_{TR}(2j+1, 2j+2) &= -\frac{P^{(0+1)}}{2} \eta_{j+1}^{\frac{-m-1}{2}} \left( M^{(0+1)} Y_{C^{0+1}}(I^{(0+1)}\eta_{j+1}) \right. \\
&\quad \left. - 2I^{(0+1)}\eta_{j+1} Y_{C^{0+1+1}}(I^{(0+1)}\eta_{j+1}) \right) \\
K_{TR}(2N, 2N-1) &= J_{C^{00}}(I^{(00)}), \quad K_{TR}(2N, 2N) = Y_{C^{00}}(I^{(00)}) \\
&\quad (j = 1, 2, \dots, N-1) \quad (A.1)
\end{aligned}$$

9

$$F_{TR}(1, 1) = \theta_{wf} \tilde{f}_i(s), \quad F_{TR}(2N, 1) = \theta_{wf} \tilde{f}_o(s). \quad (A.2)$$

## ضمیمه ب

در اینجا مولفه های غیر صفر  $[K_s]$  و  $[X_s]$  در معادله ۱۶ تعیین می شوند. به زای مختصات دکارتی و کروی داریم

$$\begin{aligned}
K_s(1, 1) &= 1, \quad K_s(1, 2) = \eta_7^{1-m} \\
K_s(2j, 2j-1) &= -1, \quad K_s(2j, 2j) = -\frac{\chi_T^{(0)} K^{(0)}}{x_0} (1-m)\eta_{j+1}^{-m} - \eta_{j+1}^{1-m} \\
K_s(2j, 2j+1) &= 1, \quad K_s(2j, 2j+2) = \eta_{j+1}^{1-m} \\
K_s(2j, 2j) &= -\frac{K^{(0)}}{K^{(1)}} (1-m)\eta_{j+1}^{-m} \\
K_s(2j, 2j+2) &= -\frac{K^{(0+1)}}{K^{(1)}} (1-m)\eta_{j+1}^{-m} \\
K_s(2N, 2N-1) &= 1, \quad K_s(2N, 2N) = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, N-1) \quad (B.1)
\end{aligned}$$

9

$$F_s(1, 1) = \theta_{wt}, \quad F_s(2N, 1) = \theta_{wo} \quad (B.2)$$



$$\begin{aligned}
 K_s(1, 1) &= 1, & K_s(1, 2) &= \ln(\eta_2) \\
 K_s(2j, 2j) &= -\frac{K^{(j)}}{K^{(1)}} \frac{1}{\eta_{j+1}}, & K_s(2j, 2j+2) &= \frac{K^{(j+1)}}{K^{(1)}} \frac{1}{\eta_{j+1}} \\
 K_s(2j+1, 2j-1) &= -1, & K_s(2j+1, 2j) &= -\frac{\chi_s^{(j)} K^{(j)}}{x_0} \frac{1}{\eta_{j+1}} - \ln(\eta_{j+1}) \\
 K_s(2j+1, 2j+1) &= 1, & K_s(2j+1, 2j+2) &= \ln(\eta_{j+1}) \\
 K_s(2N, 2N-1) &= 1 \quad (j = 1, 2, \dots, N-1) & & \quad (B.3)
 \end{aligned}$$

$$F_s(1, 1) = \theta_{w1}, \quad F_s(2N, 1) = \theta_{w0}. \quad (B.4)$$

## References

- [1] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, Transient heat conduction in a functionally graded cylindrical panel based on the dual phase lag theory, *Int. J. Thermophys.* 33 (2012) 1100–1125.
- [2] D. Chandrasekharaiah, Hyperbolic thermoelasticity: a review of recent literature, *Appl. Mech. Rev.* 51 (12) (1998) 705–729.
- [3] D.Y. Tzou, The generalized lagging response in small-scale and high-rate heating, *Int. J. Heat Mass Transfer* 38 (17) (1995) 3231–3240.
- [4] D. Tzou, A unified field approach for heat conduction from macro-to micro-scales, *J. Heat Transfer* 117 (1) (1995) 8–16.
- [5] S.K.R. Choudhuri, On a thermoelastic three-phase-lag model, *J. Therm. Stresses* 30 (3) (2007) 231–238.
- [6] M.A. Ezzat, A.A. El-Bary, M.A. Fayik, Fractional Fourier law with three-phase-lag of thermoelasticity, *Mech. Adv. Mater. Struct.* 20 (2013) 593–602.
- [7] M.A. Ezzat, A.S. El Karamany, M.A. Fayik, Fractional order theory in thermoelastic solid with three-phase lag heat transfer, *Arch. Appl. Mech.* 82 (2012) 557–572.
- [8] D.W. Tang, N. Araki, Non-Fourier heat conduction in a finite medium under periodic surface thermal disturbance, *Int. J. Heat Mass Transfer* 39 (8) (1996) 1585–1590.
- [9] A.H. Bishri, Modelling non-Fourier heat conduction with periodic thermal oscillation using the finite integral transform, *Appl. Math. Model.* 23 (1999) 899–914.
- [10] N.M. Abdel-jabbar, M.A. Al-Nimr, The dual-phase-lag heat conduction model in thin slab under fluctuating thermal disturbance, *Heat Transfer Eng.* 24 (5) (2003) 47–54.
- [11] M. Xu, L. Wang, Dual-phase-lagging heat conduction based on Boltzmann transport equation, *Int. J. Heat Mass Transfer* 48 (2005) 5616–5624.
- [12] K.C. Liu, P.C. Chang, Analysis of dual-phase-lag heat conduction in cylindrical system with a hybrid method, *Appl. Math. Model.* 31 (2007) 369–380.
- [13] M.H. Babael, Z.T. Chen, Hyperbolic heat conduction in a functionally graded hollow sphere, *Int. J. Thermophys.* 29 (2008) 1457–1469.
- [14] K. Ramadan, Semi-analytical solutions for the dual-phase-lag heat conduction in multilayered media, *Int. J. Therm. Sci.* 48 (1) (2009) 14–25.
- [15] A. Miranville, R. Quintanilla, A phase-field model based on a three-phase-lag heat conduction, *Appl. Math. Optim.* 63 (2011) 133–150.
- [16] H.D. Wang, B.Y. Cao, Z.Y. Guo, Non-Fourier heat conduction in carbon nanotubes, *J. Heat Transfer* 134 (2012). 051004-1-6.
- [17] M. Wang, N. Yang, Z.Y. Guo, Non-Fourier heat conduction in nanomaterials, *J. Appl. Phys.* 110 (2011). 064310-1-7.
- [18] K.Q. Hu, Z.T. Chen, Transient heat conduction analysis of a cracked half-plane using dual-phase-lag theory, *Int. J. Heat Mass Transfer* 62 (2013) 445–451.
- [19] N. Afrin, Y. Zhang, J.K. Chen, Dual-phase lag behavior of a gas-saturated porous-medium heated by a short-pulsed laser, *Int. J. Therm. Sci.* 75 (2014) 21–27.
- [20] B. Yang, H. Shi, A thermal stability criterion for heat conduction in multilayer composite solids, *J. Heat Transfer* 131 (11) (2009). 111304-1-7.
- [21] P.K. Jain, S. Singh, R. Uddin, Analytical solution to transient asymmetric heat conduction in a multilayer annulus, *J. Heat Transfer* 131 (1) (2009). 011304-1-7.
- [22] A. Amiri Delouei, M.H. Kayhani, M. Norouzi, Exact analytical solution of unsteady axis-symmetric conductive heat transfer in cylindrical orthotropic composite laminates, *Int. J. Heat Mass Transfer* 55 (2012) 4427–4436.
- [23] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, Hygrothermal stresses in one-dimensional functionally graded piezoelectric media in constant magnetic field, *Compos. Struct.* 97 (2013) 317–331.
- [24] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, Magneto-electroelastic behavior of rotating cylinders resting on an elastic foundation under hygrothermal loading, *Smart Mater. Struct.* 21 (2) (2012) 125013, p. 17.
- [25] M.V. Timoshenko, Numerical simulation of heat transfer in multilayer structures with generalized nonideal contact, *J. Eng. Phys. Thermophys.* 69 (5) (1996) 590–595.
- [26] I. Lekakis, M.A. Kattis, E. Providas, A.L. Kalamkarov, The disturbance of heat flow and thermal stresses in composites with partially bonded inclusions, *Compos. Part B* 31 (2000) 21–27.
- [27] Z.Q. Cheng, R.C. Batra, Thermal effects on laminated composite shells containing interfacial imperfections, *Compos. Struct.* 52 (2001) 3–11.
- [28] Y. Liu, A. Mioduchowski, C.Q. Ru, Effect of imperfect interface on thermal stresses-assisted matrix cracking in fiber composites, *J. Therm. Stresses* 25 (2002) 585–599.
- [29] D. Duschlbauer, H.E. Fettermann, H.J. Bohm, Heat conduction of spheroidal inhomogeneity with imperfectly bonded interface, *J. Appl. Phys.* 94 (3) (2003) 1539–1549.
- [30] H.L. Duan, B.L. Karihaloo, Effective thermal conductivities of heterogeneous media containing multiple imperfectly bonded inclusions, *Phys. Rev. B* 75 (2007). 064206-1-9.
- [31] H. Hataami-Marbini, H.M. Shodja, On thermoelastic fields of multi-phase inhomogeneity system with perfectly/imperfectly bonded interfaces, *Int. J. Solids Struct.* 45 (2008) 5831–5843.
- [32] J.N. Reddy, C.D. Chin, Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates, *J. Therm. Stresses* 21 (1998) 593–626.
- [33] V. Birman, L.W. Byrd, Modeling and analysis of functionally graded materials

- [20] M.H. Babaei, Z.T. Chen, The transient coupled thermo-piezoelectric response of a functionally graded piezoelectric hollow cylinder to dynamic loading, *Proc. R. Soc. A* 466 (2010) 1077–1091.
- [21] A.H. Akbarzadeh, M.H. Babaei, Z.T. Chen, Coupled thermopiezoelectric behaviour of a one-dimensional functionally graded piezoelectric medium based on C-T theory, *Proc. IMechE Part C: J. Mech. Eng. Sci.* 225 (11) (2011) 2537–2551.
- [22] A.H. Akbarzadeh, M.H. Babaei, Z.T. Chen, Thermopiezoelectric analysis of a functionally graded piezoelectric medium, *Int. J. Appl. Mech.* 3 (1) (2011) 47–68.
- [23] S.K. Hosseini zad, A. Komeili, M.R. Eslami, S. Fariborz, Classical and generalized coupled thermoelasticity analysis in one-dimensional layered media, *Arch. Appl. Mech.* 82 (2012) 267–282.
- [24] S. Banik, M. Kanoria, Generalized thermoelastic interaction in a functionally graded isotropic unbounded medium due to varying heat source with three-phase-lag effect, *Math. Mech. Solids* 18 (3) (2012) 231–245.
- [25] A.H. Akbarzadeh, M. Abbasi, M.R. Eslami, Coupled thermoelasticity of functionally graded plates based on the third-order shear deformation theory, *Thin-Walled Struct.* 53 (2012) 141–155.
- [26] A.H. Akbarzadeh, M. Abbasi, S.K. Hosseini zad, M.R. Eslami, Dynamic analysis of functionally graded plates using the hybrid Fourier-Laplace transform under thermomechanical loading, *Meccanica* 46 (2011) 1373–1392.
- [27] A.H. Akbarzadeh, D. Pasini, Multiphysics of multilayered and functionally graded cylinders under prescribed hydrothermomechanical loading, *ASME J. Appl. Mech.* 81 (4) (2013) 041018-1–041018-15, <http://dx.doi.org/10.1115/1.4025529>.
- [28] C.F. Tsai, G. Nixon, Transient temperature distribution of a multilayer composite wall with effects of internal thermal radiation and conduction, *Numer. Heat Transfer* 10 (1986) 95–101.
- [29] A.K. Noor, W.S. Burton, Steady-state heat conduction in multilayered composite plates and shells, *Comput. Struct.* 39 (1–2) (1991) 185–193.
- [30] A.L. Kalamkarov, B.A. Kudryavtsev, O.B. Rudakova, Heat conduction in a multilayer composite wedge, *J. Eng. Phys. Thermophys.* 64 (4) (1993) 396–400.
- [31] J. Argyris, L. Tenek, F. Oberg, A multilayer composite triangular element for steady-state conduction/convection/radiation heat transfer in complex shells, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 120 (1995) 271–301.
- [32] K.A. Anotonopoulos, C. Trivnidis, Analytical solution of boundary value problems of heat conduction in composite regions with arbitrary convection boundary conditions, *Acta Mech.* 118 (1996) 65–78.
- [33] J.Q. Tarn, Y.M. Wang, End effects of heat conduction in circular cylinders of functionally graded materials and laminated composites, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 5741–5747.
- [34] Y. Sun, I.S. Wichman, On transient heat conduction in a one-dimensional composite slab, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 1555–1559.
- [35] X. Lu, P. Tervola, M. Viljanen, An efficient analytical solution to transient heat conduction in a one-dimensional hollow composite cylinder, *J. Phys. A: Math. Gen.* 38 (2005) 10145–10155.
- [65] H.M. Wang, An effective approach for transient thermal analysis in a functionally graded hollow cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer* 67 (2013) 499–505.
- [66] M.F. Ashby, A.G. Evans, N.A. Fleck, L.J. Gibson, J.W. Hutchinson, H.N.G. Wadley, *Metal Foams: A Design Guide*, Butterworth-Heinemann, Boston, 2000.
- [67] M.F. Ashby, *Materials Selection in Mechanical Design*, Elsevier Ltd., 2011.
- [68] K. Boomstra, D. Poulikakos, On the effective thermal conductivity of a three-dimensionally structured fluid-saturated metal foam, *Int. J. Heat Mass Transfer* 44 (2001) 827–836.
- [69] A. Bhattacharya, V.V. Clamidi, R.L. Mahajan, Thermophysical properties of high porosity metal foams, *Int. J. Heat Mass Transfer* 45 (2002) 1017–1031.
- [70] S. Venkataraman, M.L. Blosser, Optimal functionally graded metallic foam thermal insulation, *AIChE J.* 42 (11) (2004) 2355–2363.
- [71] D.A. Nield, A. Bejan, *Convection in Porous Media*, Springer, New York, 2006.
- [72] K.C. Leong, H.Y. Li, Theoretical study of the effective thermal conductivity of graphite foam based on a unit cell model, *Int. J. Heat Mass Transfer* 54 (2011) 5491–5496.
- [73] E. Sadeghi, S. Hsieh, M. Bahrami, Thermal conductivity and contact resistance of metal foams, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 44 (2011) 125406, p. 7.
- [74] K.S. Challagulla, T.A. Venkatesh, Electromechanical response of piezoelectric foams, *Acta Mater.* 60 (2012) 2111–2127.
- [75] N. Gupta, A functionally graded syntactic foam material for high energy absorption under compression, *Mater. Lett.* 61 (2007) 979–982.
- [76] C. Zhou, P. Wang, W. Li, Fabrication of functionally graded porous polymer via supercritical CO<sub>2</sub> foaming, *Compos. Part B* 42 (2011) 318–325.
- [77] H. Zhu, B.V. Sanikar, R.T. Haftka, S. Venkataraman, M. Blosser, Optimization of functionally graded metallic foam insulation under transient heat transfer conditions, *Struct. Multidisc. Optim.* 28 (2004) 349–355.
- [78] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, Heat conduction in one-dimensional functionally graded media based on the dual-phase-lag theory, *Proc. IMechE Part C: J. Mech. Eng. Sci.* 227 (4) (2012) 744–759.
- [79] A.H. Akbarzadeh, J.W. Fu, Z.T. Chen, Three-phase-lag heat conduction in a functionally graded hollow cylinder, *Trans. Can. Soc. Mech. Eng.* 38 (1) (2014) 155–171.
- [80] R. Quintanilla, R. Racke, Qualitative aspects in dual-phase-lag heat conduction, *Proc. R. Soc. A* 463 (2007) 659–674.
- [81] T. Chen, Thermal conduction of a circular inclusion with variable interface parameter, *Int. J. Solids Struct.* 38 (2001) 3081–3097.
- [82] Z.Q. Cheng, A.K. Jemah, F.W. Williams, Theory of multilayered anisotropic plates with weakened interfaces, *ASME J. Appl. Mech.* 63 (1996) 1019–1026.
- [83] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, On the harmonic magnetoelastic behavior of a composite cylinder with an embedded polynomial eigenstrain, *Compos. Struct.* 106 (2013) 296–305.
- [84] F. Durbin, Numerical inversion of Laplace transforms: an efficient improvement to Dubner and Abate's method, *Comput. J.* 17 (4) (1974) 371–376.
- [85] Z.T. Chen, A.H. Akbarzadeh, M.H. Babaei, Thermopiezoelectric response of a one-dimensional functionally graded piezoelectric medium to a moving heat source—a review, *Appl. Mech. Mater.* 151 (2012) 396–400.
- [50] A.H. Akbarzadeh, M.H. Babaei, Z.T. Chen, The thermo-electromagnetoelastic behavior of a rotating functionally graded piezoelectric cylinder, *Smart Mater. Struct.* 20 (6) (2011) 065008.
- [51] A. Sutradhar, G.H. Paulino, L.J. Gray, Transient heat conduction in homogeneous and non-homogeneous materials by the Laplace transform Galerkin boundary element method, *Eng. Anal. Bound Elem.* 26 (2002) 119–132.
- [52] J. Sladek, V. Sladek, C. Zhang, Transient heat conduction analysis in functionally graded materials by the meshless local boundary integral equation method, *Comput. Mater. Sci.* 28 (2003) 494–504.
- [53] B. Chen, L. Tong, Y. Gu, H. Zhang, O. Ochoa, Transient heat transfer analysis of functionally graded materials using adaptive precise time integration and graded finite elements, *Numer. Heat Transfer Part B* 45 (2004) 181–200.
- [54] L.F. Qian, R.C. Batra, Three-dimensional transient heat conduction in a functionally graded thick plate with a higher-order plate theory and a meshless local Petrov-Galerkin method, *Comput. Mech.* 35 (2005) 214–226.
- [55] H. Wang, Q.H. Qin, Y.L. Kang, A meshless model for transient heat conduction in functionally graded materials, *Comput. Mech.* 38 (2006) 51–60.
- [56] S.M. Hosseini, M. Akhlaghi, M. Shakeri, Transient heat conduction in functionally graded thick hollow cylinders by analytical method, *Heat Mass Transfer* 43 (2007) 669–675.
- [57] A. Khosravifard, M.R. Hematiyan, L. Marin, Nonlinear heat conduction analysis of functionally graded materials in the presence of heat sources using an improved meshless radial point interpolation method, *Appl. Math. Model.* 35 (2011) 4157–4174.
- [58] T. Darabseh, N. Yilmaz, M. Batatineh, Transient thermoelasticity analysis of functionally graded thick hollow cylinder based on Green-Lindsay model, *Int. J. Mech. Mater. Des.* 8 (2012) 247–255.
- [59] L.L. Cao, Q.H. Qin, N. Zhao, Hybrid graded element model for transient heat conduction in functionally graded materials, *Acta Mech. Sin.* 28 (1) (2012) 128–139.
- [60] T. Ishiguro, A. Makino, N. Araki, N. Noda, Transient temperature response in functionally graded materials, *Int. J. Thermophys.* 14 (1993) 101–121.
- [61] Y. Tanigawa, T. Akai, R. Kawamura, N. Oka, Transient heat conduction and thermal stress problems of a nonhomogeneous plate with temperature-dependent material properties, *J. Therm. Stresses* 19 (1996) 77–102.
- [62] Z.H. Jin, An asymptotic solution of temperature field in a strip of a functionally graded material, *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 29 (7) (2002) 887–895.
- [63] Y.T. Zhou, K.Y. Lee, D.H. Yu, Transient heat conduction in a functionally graded strip in contact with well stirred fluid with an outside heat source, *Int. J. Heat Mass Transfer* 54 (2011) 5438–5443.
- [64] Y.C. Yang, W.L. Chen, H.M. Chou, J.L.L. Salazar, Inverse hyperbolic thermoelastic analysis of a functionally graded hollow circular cylinder in estimating surface heat flux and thermal stresses, *Int. J. Heat Mass Transfer* 60 (2013) 125–133.
- [86] R. Chein, H. Yang, T.H. Tsai, C. Lu, Experimental study of heat sink performance using copper foams fabricated by electroforming, *Microsyst. Technol.* 16 (2010) 1157–1164.
- [87] P.J. Antaki, Key features of analytical solutions for hyperbolic heat conduction, in: *30th AIAA Thermophysics Conference*, San Diego CA, 95–2044, 1995, pp. 1–15.
- [88] Y. Zhang, Generalized dual-phase lag bioheat equations based on nonequilibrium heat transfer in living biological tissues, *Int. J. Heat Mass Transfer* 52 (2009) 4829–4834.
- [89] L. Zhou, J. Lin, H. Lin, G. Chen, Electrical-thermal switching effect in high-density polyethylene/graphite nanosheets conducting composites, *J. Mater. Sci.* 43 (2008) 4886–4891.
- [90] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, Dual phase lag heat conduction in functionally graded hollow spheres, *Int. J. Appl. Mech.* 6 (1) (2014) 450002, <http://dx.doi.org/10.1142/S1758825114500021>, 27 pages.
- [91] M. Jaunichá, S. Rajea, K. Kimb, K. Mitraa, Z. Guo, Bio-heat transfer analysis during short pulse laser irradiation of tissues, *Int. J. Heat Mass Transfer* 51 (2008) 5511–5521.
- [92] F. Jiang, D. Liu, J. Zhou, Non-Fourier heat conduction phenomena in porous material heated by microsecond porous material heated by microsecond laser pulse, *Microscale Therm. Eng.* 6 (2002) 331–346.
- [93] M. Wang, N. Pan, Modeling and prediction of the effective thermal conductivity of random open-cell porous foams, *Int. J. Heat Mass Transfer* 51 (2008) 1325–1331.
- [94] M. Elsayed, D. Pasini, Analysis of the elastostatic specific stiffness of 2D stretching-dominated lattice materials, *J. Mech. Mater.* 42 (7) (2010) 709–725.
- [95] A. Vigliotti, D. Pasini, Stiffness and strength of tridimensional periodic lattices, *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* 229–232 (2012) 27–43.
- [96] A. Vigliotti, D. Pasini, Linear multiscale analysis and finite element validation of stretching and bending dominated lattice materials, *J. Mech. Mater.* 45 (2012) 57–68.
- [97] S.A. Khanoki, D. Pasini, Mechanical properties of planar lattice materials via asymptotic homogenization and comparison with alternative homogenization methods, *Int. J. Mech. Sci.* 77 (2013) 249–262.
- [98] A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, Magnetoelastic field of a multi-layered and functionally graded cylinder with a dynamic polynomial eigenstrain, *ASME J. Appl. Mech.* 81 (2) (2013) 021009.
- [99] A.H. Akbarzadeh, S.K. Hosseini zad, M. Abbasi, M.R. Eslami, Mechanical behavior of functionally graded plates under static and dynamic loading, *IMEchE Part C: J. Mech. Eng. Sci.* 225 (2) (2011) 326–333.
- [100] S.H. Chi, Y.L. Chung, Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load—Part I: analysis, *Int. J. Solids Struct.* 43 (2006) 3657–3674.
- [101] A. Komeili, A.H. Akbarzadeh, A. Doroushi, M.R. Eslami, Static analysis of functionally graded piezoelectric beams under thermo-electro-mechanical load, *Adv. Mech. Eng.* 2011 (2011) 1–10, <http://dx.doi.org/10.1155/2011/153731>.
- [102] Y. Kiani, A.H. Akbarzadeh, Z.T. Chen, M.R. Eslami, Static and dynamic analysis of an FGM doubly curved panel resting on the Pasternak-type elastic foundation, *Compos. Struct.* 94 (8) (2012) 2474–2484.

این مقاله، از سری مقالات ترجمه شده رایگان سایت ترجمه فا میباشد که با فرمت PDF در اختیار شما عزیزان قرار گرفته است. در صورت تمایل میتوانید با کلیک بر روی دکمه های زیر از سایر مقالات نیز استفاده نمایید:

لیست مقالات ترجمه شده ✓

لیست مقالات ترجمه شده رایگان ✓

لیست جدیدترین مقالات انگلیسی ISI ✓

سایت ترجمه فا ؛ مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده از نشریات معتبر خارجی