قالب TOPSIS برای تعیین وزن تصمیم گیرنده در مشکلات تصمیم گیری گروهی با اطلاعات نامشخص

چکیده

در روش TOPSIS سنتی، راه حل های ایده آل برای جایگزین ها به صورت برداری بیان می شود. یک گام مهم در روند تصمیم گیری گروهی، تعیین اهمیت نسبی هر یک از تصمیم گیری ها است. در این مقاله، وزن های تصمیم گیرندگان، حاصل از تصمیم گیری فردی با استفاده از روش TOPSIS گسترش یافته با اعداد بازه ها تعیین می شوند. تصمیم گیری های ایده آل برای تمام تصمیم گیری های فردی به صورت ماتریس بیان می شود. این تصمیم ایده آل مثبت، تقاطع تمام تصمیم گیری های فردی است؛ تصمیم ایده آل منفی، اتحاد همه تصمیم گیری های فردی است. مقایسه با روش های دیگر نیز صورت می گیرد. یک مثال عددی بررسی شده برای نشان دادن برنامه های کاربردی بالقوه از این روش ارائه شده است.

کلید واژه ها: تصمیم گیری گروهی چند ویژگی، وزن تصمیم گیرندگان، TOPSIS تمدید شده، تصمیم ایده آل مثبت، تصمیم ایده آل منفی

1. مقدمه

تصمیم گیری، فرایند یافتن بهترین گزینه از گزینه های جایگزین امکان پذیر است. افزایش پیچیدگی محیط اجتماعی و اقتصادی، برای یک تصمیم گیری تک (DM)، در نظر گرفتن تمام جنبه های مربوط به یک مشکل را کمتر و کمتر ممکن می سازد (Kim & Ahn, 1999). در نتیجه، بسیاری از فرآیندهای تصمیم گیری، در جهان واقعی، در تنظیمات گروه رخ می دهند.

برای تعیین وزن نسبی هر DM، یک گام بسیار مهم در تصمیم گیری ویژگی گروه های متعدد است (MAGDM) (Ye, 2009; Yue, 2011b, c Yue, Jia, &). بسیاری از کاربردها وجود دارد که وزن های مختلف را الزامی

می دارد (Ramanathan & Ganesh, 1994)، به دلیل اینکه نمی توان انتظار داشت که DM دارای تخصص کافی برای اظهار نظر در تمام جنبه های مشکل باشد، اما در بخشی از مشکل که برای آن، شایسته است (Weiss & Rao, 1987). در این مقاله، ما فرض کنیم که وزن های نسبی DMها، مختلف و ناشناخته هستند. چگونه اندازه گیری وزن های DM صورت می گیرد؟ تا به حال، روش های بسیاری توسعه یافته اند. French Jr (1956) یک روش برای تعیین اهمیت نسبی اعضای گروه را با استفاده از روابط نفوذ پیشنهاد نمودند که ممکن است بین اعضا وجود داشته باشد. Theil (1963) یک روش پیشنهادی را بر اساس مفاهیم همبستگی زمانی که عدم کارایی اعضا قابل اندازه گیری است، پیشنهاد نمودند. Keeney and Kirkwood (1975) and Keeney (1976) استفاده از مقایسه بین فردی را برای تعیین مقیاس مقادیر ثابت در یک تابع افزودنی و وزندهی شده از انتخاب اجتماعی پیشنهاد نمودند. Bodily (1979) and Mirkin and Fishburn (1979) دو روش را پیشنهاد نمودند که از روش بردارهای ویژه برای تعیین اهمیت نسبی اعضای گروه استفاده می کند. Brock (1980) از یک رویکرد مبتنی بر چانه زنی Nash برای تخمین اوزان اعضای گروه به صورت ذاتی استفاده نمودند. Ramanathan and Ganesh (1994) یک روش مبتنی بر بردار ویژه ساده و بسیار جذاب را برای تعیین ذاتی اوزان از اعضای گروه با استفاده از نظر ذهنی خود ارائه نمودند. Van den Honert (2001) با از سیستم RABRANDT (AHP ضربی و مدل SMART مرتبط) برای سنجش قدرت تصمیم واگذار شده در هر یک از اعضای گروه، بر اساس ارزیابی ذهنی توسط دیگر اعضای گروه استفاده نمودند. Jabeur و Martel (2002) یک روش را پیشنهاد دادند که که از ایده Zeleny (1982) برای تعیین ضریب اهمیت نسبی هر عضو استفاده می کند. Jabeur، Martel و Khelifa (2004) یک پیش مرتبه جمعی مبتنی بر فاصله برای یکپارچه سازی اهمیت نسبی اعضای گروه را پیشنهاد دادند. با استفاده از اقدامات انحراف بین روابط اولویت زبانی افزودنی، Xu (B2008) برخی از فرمول های ساده را برای تعیین وزن نسبی DMها ارائه نمودند. Chen و Fan (2006، 2007) یک روش برای رتبه بندی از کارشناسان را با توجه به سطح تصمیم گیری آنها مورد مطالعه قرار دادند. به تازگی، Yue (a2011) یک روش برای تصمیم گیری گروهی مبتنی بر تعیین وزن نسبی DMها را با استفاده از TOPSIS (روشی برای

اولویت دستور به واسطه شباهت به یک راه حل ایده آل) (هوانگ و یون، 1981) ارائه نمود. و نیز لطفا به Yue (F ،E ،d2011) برای برخی از روش های پژوهش مرتبط مراجعه کنید.

هرچند روش های فوق دارای مزایای متعدد هستند، بسیاری از رتبه بندی های عملکرد به عنوان ارزش های ترد تعیین کمیت شده است. در بسیاری از شرایط، داده های ترد برای مدل موقعیت های واقعی زندگی، ناکافی هستند. از آنجا که قضاوت انسان از جمله تنظیمات اغلب نامشخص می باشند، رتبه بندی آنها به عنوان مقادیر عددی دقیق دشوار است. علاوه بر این، در مورد موقعیت ها و یا ویژگی های متضاد، یک DM نیز باید داده های غیر دقیق و نامشخص را در نظر بگیرد که در این نوع از مشکلات تصمیم گیری بسیار معمول است. یک رویکرد واقع بینانه تر می تواند از اطلاعات فاصله ای به جای مقادیر واضح استفاده نماید، یعنی، این فرض که رتبه بندی های ویژگی ها در این مشکل با استفاده از داده های فاصله ارزیابی می شوند. در این مقاله، ما یک روش TOPSIS جدید را با داده های بازه برای مشکلات MAGDM ارائه می دهیم.

باقی مانده مقاله به شرح زیر است. در بخش 2، مفاهیم تعداد فاصله زمانی ارائه شده و مورد بحث قرار گرفته است، از جمله عملیات عدد بازه ها. بر اساس مفاهیم بخش 2، روش پیشنهادی برای تعیین اوزان نسبی DMها که با استفاده از TOPSIS توسعه یافته است در بخش 3 نشان داده شده است. بخش 4 روش ارائه شده را با روش های دیگر مقایسه می کند. سپس، یک مثال برای نشان دادن امکان و عملی بودن روش ارائه شده در بخش 5 استفاده می شود. در نهایت، بخش 6 این مقاله نتیجه گیری است.

2. عدد بازه ها و عملیات آنها

همانطور که قبلا ذکر شد، در برخی موارد، تعیین اطلاعات تصمیم گیری دقیق آن دشوار است و در نتیجه، اطلاعات به دست آمده از دنیای واقعی همیشه نامشخص و یا ناقص است. از این رو، گسترش برنامه های کاربردی از تعداد دقیق عدد بازه های برای برنامه های کاربردی جهان واقعی، لازم است.

ما تعاریف و عملیات پایه برای عدد بازه ها را به شرح زیر توصیف می کنیم.

تعریف 1 (Xu, 2008a; Zhang, Wu, and Olson, 2005). . در نظر بگیرید که $a = [a^l, a^u] = \{x | 0 < a^l \leqslant x \leqslant a^u\},$ ، آنگاه a عدد غیرمنفی بازه نامیده می شود. به خصوص، a تعدد حقیقی غیرمنفی است اگر $a^l = a^u.$.

توجه: برای راحتی محاسبات، در سراسر این مقاله، همه آرگومان های بازه ای، اعداد نامنفی بازه هستند، و اجازه دهید Ω مجموعه ای از همه آرگومان های بازه، $M = \{1, 2, \ldots, m\},$ ، $N = \{1, 2, \ldots n\}$ و $T = \{1, 2, \ldots t\};\ i \in M, j \in N, \text{ and } k \in T.$ باشد.

تعریف 2 (Xu, 2005, 2008a). در نظر بگیرید که $a = [a^l, a^u],\ b = [b^l, b^u]$ اعداد بازه هستند و $\lambda \geqslant 0,$ آنگاه

(1) $a = b$ if and only if $a^l = b^l$ and $a^u = b^u$;
(2) $a + b = [a^l, a^u] + [b^l, b^u] = [a^l + b^l, a^u + b^u]$;
(3) $\lambda a = \lambda[a^l, a^u] = [\lambda a^l, \lambda a^u]$. Especially, $\lambda a = 0$ if $\lambda = 0$.

به منظور جمع نمودن اعداد بازه، ما اپراتوز متوسط گیری وزندهی شده زیر را معرفی می کنیم ((Harsanyi, 1955; Hwang & Yoon, 1981):

تعریف 3: در نظر بگیرید که $a_j = \left[a_j^l, a_j^u\right] \in Q(j \in N),$ ، یک اپراتور متوسط گیری وزندهی شده از $\{a_j | j \in N\}$، یک نگاشت $WA : \Omega^n \to \Omega$ است به طوری که

$$WA(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j a_j, \quad (1)$$

که در آن $w = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$ ، بردار وزن از $\{a_j | j \in N\},$ ، $w_j \geqslant 0 (j \in N)$ و $\Sigma_{j=1}^n w_j = 1.$ است.

ما فرمول زیر را به منظور رتبه بندی اعداد بازه معرفی می کنیم.

تعریف 4. Xu, 2008a.، در نظر بگیرید که $a=[a^l,a^u]\in\Omega,\quad b=[b^l,b^u]\in\Omega,$ ، $l_a=a^u-a^l$ و $l_b=b^u-b^l,$ ، آنگاه درجه امکان $a\geqslant b$ به صورت زیر تعریف می شود

$$p(a\geqslant b)=\max\left\{1-\max\left(\frac{b^u-a^l}{l_a+l_b},0\right),0\right\}. \quad (2)$$

علاوه بر این، ما می توانیم به آسانی به نتایج زیر از فرمول (2) (Xu, 2008a, 2005) برسیم:

Let $a=[a^l,a^u]\in\Omega$, $b=[b^l,b^u]\in\Omega$, then.

(1) $0\leqslant p(a\geqslant b)\leqslant 1$;
(2) $p(a\geqslant b)=1$ if and only if $b^u\leqslant a^l$;
(3) $p(a\geqslant b)=0$ if and only if $a^u\leqslant b^l$;
(4) $p(a\geqslant a)=\frac{1}{2}$;
(5) $p(a\geqslant b)+p(b\geqslant a)=1$.

برای رتبه بدی آرگومان های بازه، $a_j=\left[a_j^l,a_j^u\right]\in Q(j\in N),$ ، ابتدا ما هر $a_i=\left[a_i^l,a_i^u\right]$ را با $a_j=\left[a_j^l,a_j^u\right](j\in N)$ با استفاده از معادله (2) مقایسه می کنیم. برای راحتی در نظر می گیریم که $p_{ij}=p(a_i\geqslant a_j),$ و سپس یک ماتریس مکمل را به صورت زیر (Xu, 2008a) می سازیم:

$$P=(p_{ij})_{n\times n} \quad (3)$$

که در آن $p_{ij}\geqslant 0, p_{ij}+p_{ji}=1, p_{ii}=\frac{1}{2},\ i,j=1,2,\ldots,n.$

با جمع نمودن تمام عناصر در هر خط از ماتریس P، داریم

$$p_i=\sum_{j=1}^{n}p_{ij},\quad i=1,2,\ldots,n. \quad (4)$$

بنابراین ما می توانیم دوباره آرگومان های بازه $a_j=\left[a_j^l,a_j^u\right](j\in N)$ را در مرتبه ای نزولی مطابق با مقادیر $p_i(i\in M)$ مرتبه بندی نماییم.

تعریف 5. در نظر بگیرید که $X = (\alpha_{ij})_{m\times n}$ یک ماتریس است که در ان عناصر α_{ij} اعداد بازه هستند، بنابراین X، ماتریس بازه نامیده می شود.

تعریف 6. در نظر بگیرید که $a = [a^l, a^u] \in \Omega, b = [b^l, b^u] \in \Omega$، آنگاه

$$D(a,b) = \sqrt{(b^l - a^l)^2 + (b^u - a^u)^2} \qquad (5)$$

فاصله اقلیدسی بین a و b است.

تعریف 7: در نظر بگیرید که $a = [a^l, a^u] \in \Omega, b = [b^l, b^u] \in \Omega,$ اگر $a = \phi$ یا $b = \phi,$، آنگاه تعریف می کنیم $D(a,b) = 0.$

تعریف 8. در نظر بگیرید که $a = [a^l, a^u] \in \Omega, b = [b^l, b^u], \in \Omega,$ ، آنگاه

$$a \cup b = [\min\{a^l, b^l\}, \max\{a^u, b^u\}] \qquad (b)$$

اتحاد a و b است.

تعریف 9. در نظر بگیرید که $a = [a^l, a^u] \in \Omega, b = [b^l, b^u] \in \Omega,$ ، آنگاه

$$a \cap b = [\max\{a^l, b^l\}, \min\{a^u, b^u\}] \qquad (7)$$

تقاطع ین a و b است.

قضیه. در نظر بگیرید $a = [a^l, a^u] \in \Omega, b = [b^l, b^u] \in \Omega,$ ، آنگاه $a \cap b = \phi$ اگر و فقط اگر

$$\max\{a^l, b^l\} > \min\{a^u, b^u\}.$$

تعریف 10. در نظر بگیرید $X_1 = (\alpha_{ij})_{m\times n}$ و $X_2 = (\beta_{ij})_{m\times n}$ دو ماتریس بازه می باشند که در آن $\alpha_{ij} = [\alpha^l_{ij}, \alpha^u_{ij}], \beta_{ij} = [\beta^l_{ij}, \beta^u_{ij}]$، آنگاه

$$D(X_1,X_2)=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\beta_{ij}^{l}-\alpha_{ij}^{l})^2+(\beta_{ij}^{u}-\alpha_{ij}^{u})^2} \quad (8)$$

فاصله اقلیدسی بین X1 و X2 نامیده می شود.

3. یک TOPSIS توسعه یافته برای تعیین وزن تصمیم گیرندگان با شماره بازه

برای کمک به روشن سازی روش ارائه شده، در ادامه، ما ابتدا تصمیم گروهی و عدد بازه را بررسی می کنیم.

3.1. تصمیم گیری گروهی با چند ویژگی با داده های بازه

در نظر بگیرید که $A=\{A_1,A_2,\ldots A_m\}(m\geqslant 2)$ یک مجموعه گسسته از m جایگزین عملی، $U=\{u_1,u_2,\ldots u_n\}$ یک مجموعه متناهی از صفات، $w_2,\ldots w_n)^T$ ، بردار وزن صفات با $0\leqslant w_j\leqslant 1$ و $\sum_{j=1}^{n}w_j=1$ باشد. و در نظر بگیرید که $D=\{d_1,\ d_2,\ldots,d_t\}$ گروهی از DMها باشد و $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\ldots\lambda_t)^T$ بردار وزن DMها باشد که در آن $\lambda_k\geqslant 0,$ ، $\sum_{k=1}^{n}\lambda_k=1.$.

یک مسئله MAGDM می تواند با جزئیات به صورت زیر توصیف شود:

در نظر بگیرید که

$$X_k=\left(\left[x_{ij}^{kl},x_{ij}^{ku}\right]\right)_{m\times n}=\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array}\begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_n \\ [x_{11}^{kl},x_{11}^{ku}] & [x_{12}^{kl},x_{12}^{ku}] & \cdots & [x_{1n}^{kl},x_{1n}^{ku}] \\ [x_{21}^{kl},x_{21}^{ku}] & [x_{22}^{kl},x_{22}^{ku}] & \cdots & [x_{2n}^{kl},x_{2n}^{ku}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [x_{m1}^{kl},x_{m1}^{ku}] & [x_{m2}^{kl},x_{m2}^{ku}] & \cdots & [x_{mn}^{kl},x_{mn}^{ku}] \end{pmatrix},\ \text{for all } k\in T, \quad (9)$$

ماتریس تصمیم $k\text{th}\ (k\in T)$ DM که در آن هر یک از عناصر با عدد بازه مشخص می شود. به طور کلی، ویژگی های سود و ویژگی های هزینه در مسائل تصمیم گیری با ویژگی های متعدد وجود دارد. به منظور اندازه گیری تمام صفات در واحد بدون بعد و تسهیل مقایسه بین ویژگی ها، رابطه زیر را معرفی می کنیم. (11) و (12) (Aghajani

(Bazzazi, Osanloo, & Karimi, 2011) تا هر مقدار صفت $\left[x_{ij}^{kl}, x_{ij}^{ku}\right]$ را در ماتریس $X_k = \left(\left[x_{ij}^{kl}, x_{ij}^{ku}\right]\right)_{m\times n}$ به یک عنصر $\left[y_{ij}^{kl}, y_{ij}^{ku}\right]$ در ماتریس تصمیم نرمال شده $Y_k = \left(\left[y_{ij}^{kl}, y_{ij}^{ku}\right]\right)_{m\times n}$ که توسط معادله (10) داده شده است، نرمالسازی نماییم.

$$Y_k = \left(\left[y_{ij}^{kl}, y_{ij}^{ku}\right]\right)_{m\times n} = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array} \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \cdots & u_n \\ \end{array} \left(\begin{array}{cccc} [y_{11}^{kl}, y_{11}^{ku}] & [y_{12}^{kl}, y_{12}^{ku}] & \cdots & [y_{1n}^{kl}, y_{1n}^{ku}] \\ [y_{21}^{kl}, y_{21}^{ku}] & [y_{22}^{kl}, y_{22}^{ku}] & \cdots & [y_{2n}^{kl}, y_{2n}^{ku}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [y_{m1}^{kl}, y_{m1}^{ku}] & [y_{m2}^{kl}, y_{m2}^{ku}] & \cdots & [y_{mn}^{kl}, y_{mn}^{ku}] \end{array} \right), \quad \text{for all } k \in T,$$

(10)

که در آن

$$\begin{cases} y_{ij}^{kl} = \dfrac{x_{ij}^{kl}}{\max\limits_{i\in M}\{x_{ij}^{ku}\}} \\ y_{ij}^{ku} = \dfrac{x_{ij}^{ku}}{\max\limits_{i\in M}\{x_{ij}^{ku}\}} \end{cases}, \quad \text{for benefit attribute } u_j, \quad i \in M,\ j \in N,\ k \in T,$$

(11)

و

$$\begin{cases} y_{ij}^{kl} = \dfrac{\min\limits_{i\in M}\{x_{ij}^{kl}\}}{x_{ij}^{ku}} \\ y_{ij}^{ku} = \dfrac{\min\limits_{i\in M}\{x_{ij}^{kl}\}}{x_{ij}^{kl}} \end{cases}, \quad \text{for cost attribute } u_j, \quad i \in M,\ j \in N,\ k \in T.$$

(12)

به طور مشخص، روش نرمالسازی ذکر شده در بالا، برای حفظ این مشخصه است که گستره های مقادیر بازه نرمالسازی شده متعلق به $[0,1]$ است.

3.2 یک روش TOPSIS گسترش یافته با عدد بازه

فرض کنید که $w_k = (w_1^k, w_2^k, \ldots, w_n^k)^T$، بردار وزن صفات با $0 \leqslant w_j^k \leqslant 1 \text{ and } \sum_{j=1}^{n} w_j^k = 1$ است که توسط k DM ام ارائه شده است. برای ماتریس تصمیم نرمال شده YK از k DM ام که در بالا ذکر شد، ما می توانیم ماتریس تصمیم نرمال شده وزنی را با ضرب هر یک از عناصر ماتریس تصمیم YK، با وزن wj برای ویژگی متناظر به دست آوریم، به عنوان مثال،

$$R_k = \left(\left[r_{ij}^{kl}, v_{ij}^{ku}\right]\right)_{m\times n} = \left(\left[w_j^k y_{ij}^{kl}, w_j y_{ij}^{ku}\right]\right)_{m\times n}$$

$$= \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \cdots & u_n \end{array} \\ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array} & \begin{pmatrix} [r_{11}^{kl}, r_{11}^{ku}] & [r_{12}^{kl}, r_{12}^{ku}] & \cdots & [r_{1n}^{kl}, r_{1n}^{ku}] \\ [r_{21}^{kl}, r_{21}^{ku}] & [r_{22}^{kl}, r_{22}^{ku}] & \cdots & [r_{2n}^{kl}, r_{2n}^{ku}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [r_{m1}^{kl}, r_{m1}^{ku}] & [r_{m2}^{kl}, r_{m2}^{ku}] & \cdots & [r_{mn}^{kl}, r_{mn}^{ku}] \end{pmatrix} \end{array}, \quad \text{for all } k \in T. \tag{13}$$

بر اساس ماتریس تصمیم نرمال شده وزنی، $R_k(k \in T)$، ما می توانیم علاوه بر این، تعیین تصمیم گیری ایده آل از گروه زیر را در نظر بگیریم.

تصمیم ایده آل باید آرمان های مشترک تصمیم گیری و قضاوت های سازگار را منعکس کند. بنابراین ما تعریف می کنیم

$$R^+ = \left(\left[r_{ij}^{+l}, r_{ij}^{+u}\right]\right)_{m\times n}, \quad i \in M,\ j \in N, \tag{14}$$

به عنوان تصمیم ایده آل مثبت (PID) از گروه، که در آن $[r_{ij}^{+l}, r_{ij}^{+u}] = \bigcap_{k=1}^{t} [r_{ij}^{kl}, r_{ij}^{ku}] (i \in M, j \in N)$

و تصمیم ایده آل منفی (NID) از گروه باید دارای جداسازی ماکزیمم از PID باشد. بنابراین تعریف می کنیم

$$R^- = \left(\left[r_{ij}^{-l}, r_{ij}^{-u}\right]\right)_{m\times n}, \quad i \in M,\ j \in N, \tag{15}$$

به عنوان NID برای تمام تصمیمات فردی، که در آن $\left[r_{ij}^{-l}, r_{ij}^{-u}\right] = \bigcup_{k=1}^{t}\left[r_{ij}^{kl}, r_{ij}^{ku}\right](i \in M, j \in N).$ در

حقیقت، $\bigcup_{k=1}^{t}\left[r_{ij}^{kl}, r_{ij}^{ku}\right] = \left[\min_{k\in T}\left\{r_{ij}^{kl}\right\}\right.$، $\left.\max_{k\in T}\left\{r_{ij}^{ku}\right\}\right](i \in M, j \in N).$

جداسازی مثبت هر تصمیم فردی از PID، با استفاده از فاصله اقلیدسی n بعدی می تواند به صورت زیر محاسبه شود

$$S_k^{+} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(r_{ij}^{kl} - r_{ij}^{+l}\right)^2 + \left(r_{ij}^{ku} - r_{ij}^{+u}\right)^2\right)}, k \in T. \quad (16)$$

به طور مشابه، جداسازی منفی از NID به صورت زیر است:

$$S_k^{-} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(r_{ij}^{kl} - r_{ij}^{-l}\right)^2 + \left(r_{ij}^{ku} - r_{ij}^{-u}\right)^2\right)}, \quad k \in T. \quad (17)$$

گام بعدی، ترکیبی از دو اقدامات جدایی S_k^{+} و S_k^{-} به منظور به دست آوردن نزدیکی نسبی است. نزدیکی نسبی هر تصمیم فرد با توجه به تصمیم گیری ایده آل به صورت تعریف می شود

$$C_k = \frac{S_k^{-}}{S_k^{+} + S_k^{-}}, \quad k \in T. \quad (18)$$

چون $S_k^{-} \geqslant 0$ و $S_k^{+} \geqslant 0,$، به طور مشخص، گستره Ck متعلق به بازه بسته شده [0,1] برای تمام $k \in T.$.

به طور مشخص، ماتریس تصمیم Rk نزدیک تر به A^{+} و دورتر از A^{-} است، زمانی که Rk به 1 نزدیک می شود.

بنابراین، مطابق با نزدیکی نسبی، ما می توانیم مرتبه تمام DMها را تعیین کنیم و بهترین را در میان مجموعه DMها انتخاب نماییم.

بنابراین تعریف می کنیم

$$\lambda_k = \frac{C_k}{\sum_{k=1}^{t} C_k}, \quad k \in T, \qquad (19)$$

به عنوان وزن $k\text{th}\ (k \in T)$ DM، به طوری که $\lambda_k \geqslant 0, \sum_{k=1}^{t} \lambda_k = 1.$

علاوه بر این، ما می توانیم تمام تصمیمات فردی $R_k(k \in T)$ را در تصمیم جمعی R جمع نماییم زمانی که بردار وزنی DM $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_t)^T$ با استفاده از معادله (19) به دست می آید.

$$R = \sum_{k=1}^{t} \lambda_k R_k = \left(\left[r_{ij}^l, r_{ij}^u\right]\right)_{m \times n}. \qquad (20)$$

سپس، ما م توانیم تمام بازه ها را در هر خط از تصمیم جمعی R، جمع نماییم، ارزیابی کلی بازه برای هر جایگزین $A_i(i \in M)$ به صورت زیر به دست می آید:

$$r_i = \left[r_i^l, r_i^u\right] = \sum_{j=1}^{n} \left[r_{ij}^l, r_{ij}^u\right], \quad i \in M. \qquad (21)$$

حال، ما م توانیم ماتریس مکمل $P = (p(r_i \geqslant r_j))_{m \times m} = (p_{ij})_{m \times m}$ را با استفاده از معادله (3) بسازیم.

بنابراین، با جمع نمودن تمام عناصر در هر خط از ماتریس P با معاله (4)، می توانیم تمام $r_i(i \in M)$ را در مرتبه نزولی مطابق با مقادیر $p_i(i \in M)$.. مرتبه بندی نماییم. نهایتاً، می توانیم جایگزین های $A_i(i \in M)$ را مطابق با $p_i(i \in M)$ در مرتبه نزولی رتبه بندی نماییم.

در مجموع، یک الگوریتم MAGDM بر اساس تعیین وزن های DM، زمانی که داده ها، عدد بازه است، با استفاده از روش TOPSIS گسترده، در مراحل زیر داده می شود:

مرحله 1: ماتریس تصمیم فردی را ایجاد نمایید.

هر DM d_k، ماتریس تصمیم فرد $X_k = \left(x_{ij}^k\right)_{m \times n}$ را روی جایگزینی ها با توجه به صفات ایجاد می کند. (معادله (9) را ببینید)

مرحله 2: ماتریس تصمیم فردی را نرمالیزه نمایید.

تصمیم فردی $X_k = \left(x_{ij}^k\right)_{m\times n}$ را در $Y_k = \left(y_{ij}^k\right)_{m\times n}$ در معادله (10) با استفاده از معادلات (11) و یا (12) نرمالیزه نمایید.

مرحله 3. ماتریس تصمیم نرمالیزه شده وزندهی شده را محاسبه نمایید.

ابتدا، هر d_k DM، بردار وزنی فرد $W^k = (w_1^k, w_2^k, \ldots, w_n^k)^T$ را برای صفات فراهم می کند. سپس، ماتریس تصمیم وزندهی شده Rk توسط معادله (13) ساخته می شود.

مرحله 4. تصمیمات ایده ال را تعیین کنید

مرحله 5. اندازه های جداسازی را بین تصمیمات فردی و تصمیمات ایده آل محاسبه کنید.

اندازه های جداسازی مثبت و منفی هر تصمیم فردی از PID R^+ و NID R^-، S_k^+ و S_k^- توسط معادلات (16) و (17) به ترتیب محاسبه می شوند.

مرحله 6. نزدیکی نسبی هر تصمیم فردی را محاسبه نمایید.

نزدیکی نسبی، ترکیبی از اقدامات جدایی از هر تصمیم گیری های فردی و تصمیم گیری ایده آل، با استفاده از معادله (18) محاسبه می شود.

مرحله 7. بردار وزنی DMها را تعیین کنید.

بردار وزنی $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_t)^T$ برای DMها با استفاده از معادله (19) تعیین می شود.

مرحله 8. تمام تصمیمات فردی را در یک تصمیم جمعی جمع نمایید.

یک تصمیم جمعی می تواند با استفاده از بردار وزنی $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_t)^T$ برای DMها مطابق با معادله (20) جمع شود.

مرحله 9. ارزیابی کلی از گزینه ها را محاسبه نمایید.

با جمع نمودن همه اعداد بازه در هر خط از تصمیم جمعی، یک ارزیابی کلی از هر یک جایگزین های Ai، بیان شده به صورت اعداد بازه، با استفاده از معادله (21) به دست می آید.

مرحله 10. ماتریس تکمیلی را از ارزیابی کلی گزینه ها بیابید.

یک ماتریس تکمیلی از ارزیابی کلی از گزینه های جایگزین شده با معادله (3) ساخته می شود.

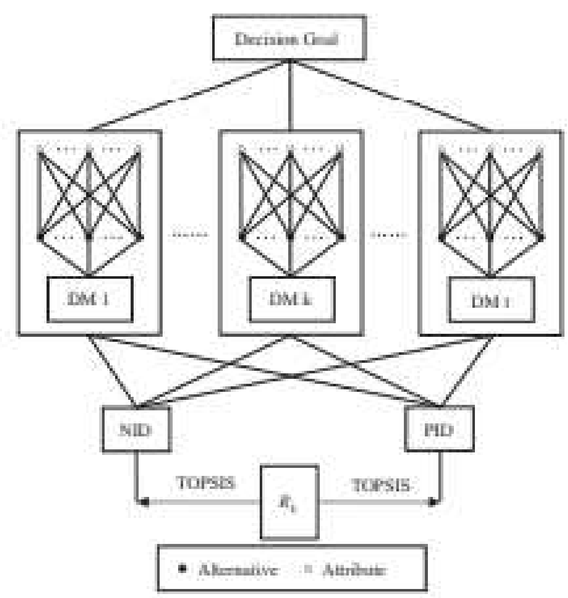
گام 11. گزینه ها را مرتبه بندی و اولویت بندی نمایید.

با جمع همه عناصر در هر خط از ماتریس مکمل، که به صورت pi در معادله (4) نشان داده شده است، می توانیم جایگزین ها به صورت مرتبه نزولی مطابق با مقادیر pi رتبه بندی نماییم.

روش TOPSIS توسعه یافته برای تعیین وزن نسبی DMها در MAGDM گرافیکی در شکل 1 ارائه شده است.

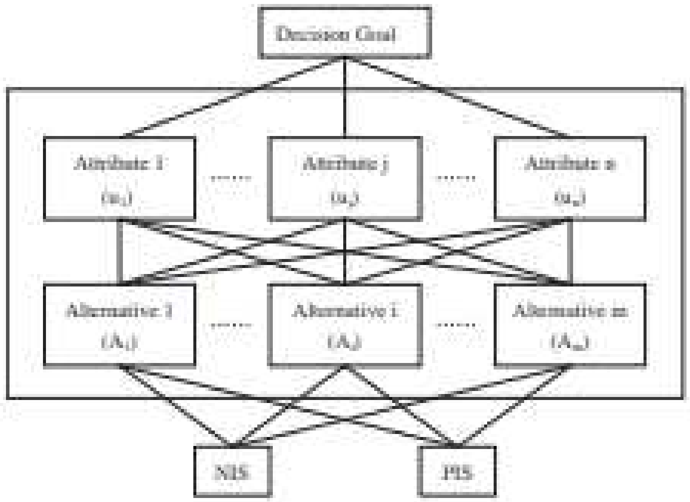
4. مقایسه روش پیشنهادی با روش های دیگر

در این بخش ما روش TOPSIS گسترده در این مقاله را با روش های دیگر ارائه شده مقایسه می کنیم. روش هایی که باید در اینجا مقایسه شود، روش TOPSIS سنتی (Hwang & Yoon 1981,) و دیگری، روش TOPSIS گسترش یافته پیشنهاد شده توسط Lin Lee, Chang, and Ting (2008) است.



شکل1. ساختار سلسله مراتبی TOPSIS سنتی

شکل 2 .



روش TOPSIS سنتی به صورت گرافیکی در شکل 2ارائه شده است. دو نقطه مرجع وجود دارد: راه حل ایده آل مثبت (PIS) و راه حل ایده آل منفی (NIS) معرفی شده در روش TOPSIS سنتی به منظور رتبه بندی جایگزین ها. این برای DM محتاط (و اجتناب کننده از خطر) مناسب است، چرا که DM (s) ممکن است یک تصمیم را دوست داشته باشند که نه تنها تا آنجا که ممکن است باعث سود می شود، بلکه از ریسک تا حد ممکن اجتناب می کند (Sayadi, Heydari, & Shahanaghi, 2009)

TOPSIS سنتی برخی از تصمیم گیری با ویژگی های متعدد و مشکلات را تنها با یک DM حل نموده است، در حالی که روش TOPSIS گسترده در این مقاله برخی از مشکلات MAGDM را با DMهای نسبی متعدد حل نموده است. وزن صفات در روش TOPSIS سنتی پیشینی هستند؛ در حالی که وزن های صفات در هر تصمیم گیری های فردی توسط DM داده شده است. دو نقطه " مرجع": PIS و NIS بردارها در روش TOPSIS سنتی هستند؛ در حالیکه، دو نقطه " مرجع": PID و NID ماتریس ها در روش TOPSIS توسعه یافته می باشند. PIS و NIS " امتیاز مرجع برای تمام گزینه ها در روش TOPSIS سنتی" هستند؛ PID و NID "' امتیاز مرجع برای تمام تصمیم گیری های فردی در تکنولوژی TOPSIS توسعه یافته هستند.

جدول 1 مقایسه با TOPSIS سنتی

TOPSIS گسترده	TOPSIS سنتی	مشخصات
بیش از یک	یک	شماره DMها
داده شده توسط DM	پیشینی	وزن های صفات
جایگزین ها با توجه به صفات چندین DM	جایگزین ها با توجه به صفات	اطلاعات کاردینال
قضاوت های پایدار بیان شده توسط یک ماتریس	بهترین جایگزین بیان شده توسط یک بردار	NIS/NID
ماکزیمم جداسازی PID بیان شده توسط یک ماتریس	بدترین جایگزین بیان شده توسط بردار	PIS/PID
جداسازی ها از هر تصمیم فردی به PID و NID (بین ماتریس ها)	جداسازی ها از هر جایگزین برای PIS و NIS (بین بردارها)	فرآیند هسته ای
رتبه بندی تعداد جایگزین ها	رتبه بندی تعداد جایگزین ها	تصمیم نهایی

اندازه گیری های جدایی هر گزینه از راه حل ایده آل بین بردارها در روش TOPSIS سنتی مقایسه شده است؛ اندازه گیری جدایی هر تصمیم فردی از تصمیم گیری ایده آل بین ماتریس ها در روش TOPSIS توسعه یافته مقایسه شده است. این تفاوت ها در جدول 1 ارائه شده است.

Lin و همکاران. (2008) یک روش برای تصمیم گیری های گروهی را با استفاده از TOPSIS طولانی با اعداد بازه معرفی نموده است. این روش شبیه به روش این مقاله است. این شباهت ها و تفاوت بین دو روش در جدول 2 نشان داده شده است.

جدول 1 و 2 نشان می دهد که روش پیشنهاد شده در این مقاله، دو راه حل ایده آل بیان شده به صورت یک بردار را به ترتیب، در روش TOPSIS سنتی برای دو تصمیم ایده آل بیان شده به صورت یک ماتریس، به ترتیب گسترش می دهد؛ وزن نسبی DMها در روش سنتی TOPSIS پیشینی، باید برای استنتاج تصمیم گیری های فردی (داده های اندازه گیری) گسترش یابد؛ تصمیم های ایده آل، به جای میکروسکوپی و محلی، ماکروسکوپیک هستند، به جای فردی، در روش TOPSIS سنتی، کلی هستند.

جدول 2 مقایسه با روش پیشنهاد شده توسط Lin و همکاران

پیشنهاد شده توسط این مقاله	پیشنهاد شده توسط Lin و همکاران	مشخصات
ماتریس های تصمیم $X_1, X_2, \ldots X_t$ برای جایگزین ها با توجه به صفات t>1 داده شده توسط DM قضاوت سازگار برای تمام تصمیمات فردی بیان شده توسط یک ماتریس اتحاد تمام تصمیم فردی بیان شده توسط یک ماتریس یک یک جداسازی ها ار هر تصمیم فردی به PID و NID (بین ماتریس ها) نتیجه شده از تصمیم فردی رتبه بندی تعداد جایگزین ها	ماتریس های تصمیم $X_1, X_2, \ldots X_t$ برای جایگزین ها با توجه به صفات t>1 داده شده توسط DM بردار بدترین جایگزین برای هر تصمیم فردی بیان شده توسط یک بردار t>1 t>1 جداسازی ها ار هر جایگزین به PIS و NIS (بین بردارها) پیشین رتبه بندی تعداد جایگزین ها	اطلاعات تصمیم شماره وزن DM]ا روی صفات بهترین جایگزین برای هر تصمیمات فردی بیان شده توسط یکPISها/PID NISها/NID شماره PIS/PID شماره NIS/NsID تابع تصمیم اوزان DMها تصمیم نهایی

جدول 3 چهار ماتریس تصمیم و پنج وزن صفات داده شده توسط DM

DMs	Candidates and weights	Cost	Time	Trust	Risk
d_1	A_1	[10,12]	[21,25]	[80,84]	[0.95,0.98]
	A_2	[11,15]	[24,25]	[84,85]	[0.92,0.93]
	A_3	[12,13]	[22,24]	[87,89]	[0.88,0.91]
	A_4	[14,16]	[18,20]	[91,93]	[0.89,0.90]
	Weights	0.22	0.17	0.25	0.15
d_2	A_1	[9,13]	[24,25]	[79,82]	[0.93,0.94]
	A_2	[11,12]	[21,23]	[83,84]	[0.92,0.94]
	A_3	[10,12]	[22,23]	[88,89]	[0.89,0.91]
	A_4	[15,16]	[19,20]	[89,92]	[0.90,0.92]
	Weights	0.19	0.18	0.22	0.16
d_3	A_1	[11,13]	[19,22]	[74,78]	[0.96,0.97]
	A_2	[12,14]	[18,25]	[76,80]	[0.93,0.96]
	A_3	[12,15]	[21,22]	[82,85]	[0.90,0.92]
	A_4	[13,17]	[18,23]	[86,88]	[0.91,0.94]
	Weights	0.21	0.19	0.23	0.17
d_4	A_1	[13,14]	[22,23]	[76,78]	[0.95,0.96]
	A_2	[13,15]	[19,23]	[81,82]	[0.94,0.95]
	A_3	[16,18]	[20,22]	[84,86]	[0.89,0.92]
	A_4	[15,17]	[19,21]	[87,88]	[0.88,0.91]
	Weights	0.24	0.18	0.21	0.18

جدول 4 ماتریس های تصمیم نرمالیزه شده

DMs	Candidates	Cost	Time	Trust	Risk	Quality
d_1	A_1	[0.63,0.75]	[0.84, 1.00]	[0.95, 1.00]	[0.97, 1.00]	[0.99, 1.00]]
	A_2	[0.69,0.94]	[0.96, 1.00]	[0.94,0.95]	[0.94,0.95]	[0.98,0.99]
	A_3	[0.75,0.81]	[0.88,0.96]	[0.90,0.92]	[0.90,0.93]	[0.98,0.99]
	A_4	[0.88,1.00]	[0.72,0.80]	[0.86,0.88]	[0.91,0.92]	[0.95,0.96]
d_2	A_1	[0.56,0.81]	[0.96, 1.00]	[0.96, 1.00]	[0.99, 1.00]	[0.98, 1.00]
	A_2	[0.69,0.75]	[0.84,0.92]	[0.94,0.95]	[0.98, 1.00]	[0.98,0.99]
	A_3	[0.63,0.75]	[0.88,0.92]	[0.89,0.90]	[0.95,0.97]	[0.97,0.98]
	A_4	[0.94,1.00]	[0.76,0.80]	[0.86,0.89]	[0.96,0.98]	[0.96,0.97]
d_3	A_1	[0.65,0.76]	[0.76,0.88]	[0.95, 1.00]	[0.99, 1.00]	[0.97, 1.00]
	A_2	[0.71,0.82]	[0.72, 1.00]	[0.93,0.97]	[0.96,0.99]	[0.97,0.99]
	A_3	[0.71,0.88]	[0.84,0.88]	[0.87,0.90]	[0.93,0.95]	[0.97,0.98]
	A_4	[0.76,1.00]	[0.72,0.92]	[0.84,0.86]	[0.94,0.97]	[0.95,0.96]
d_4	A_1	[0.72,0.78]	[0.96, 1.00]	[0.97, 1.00]	[0.99, 1.00]	[0.98,0.99]
	A_2	[0.72,0.83]	[0.83, 1.00]	[0.93,0.94]	[0.98,0.99]	[0.99, 1.00]
	A_3	[0.89,1.00]	[0.87,0.96]	[0.88,0.90]	[0.93,0.96]	[0.98,0.99]
	A_4	[0.83,0.94]	[0.83,0.91]	[0.86,0.87]	[0.92,0.95]	[0.97,0.98]

جدول 5 ماتریس های تصمیم نرمالیزه شده وزندهی شده

DMs	Candidates	Cost	Time	Trust	Risk	Quality
d_1	A_1	[0.1375,0.1650]	[0.1428,0.1700]	[0.2381,0.2500]	[0.1454,0.1500]	[0.2078,0.2100]
	A_2	[0.1513,0.2062]	[0.1632,0.1700]	[0.2353,0.2381]	[0.1408,0.1423]	[0.2057,0.2078]
	A_3	[0.1650,0.1787]	[0.1406,0.1632]	[0.2247,0.2299]	[0.1347,0.1393]	[0.2057,0.2078]
	A_4	[0.1925,0.2200]	[0.1224,0.1360]	[0.2151,0.2198]	[0.1362,0.1378]	[0.1995,0.2015]
d_2	A_1	[0.1069,0.1544]	[0.1728,0.1800]	[0.2120,0.2200]	[0.1583,0.1600]	[0.2449,0.2500]
	A_2	[0.1306,0.1425]	[0.1512,0.1656]	[0.2088,0.2094]	[0.1568,0.1600]	[0.2449,0.2474]
	A_3	[0.1187,0.1425]	[0.1584,0.1656]	[0.1953,0.1975]	[0.1515,0.1549]	[0.2424,0.2449]
	A_4	[0.1781,0.1900]	[0.1368,0.1440]	[0.1889,0.1953]	[0.1532,0.1566]	[0.2400,0.2424]
d_3	A_1	[0.1359,0.1606]	[0.1444,0.1672]	[0.2182,0.2300]	[0.1682,0.1700]	[0.1938,0.2000]
	A_2	[0.1482,0.1729]	[0.1368,0.1900]	[0.2128,0.2239]	[0.1630,0.1682]	[0.1938,0.1979]
	A_3	[0.1482,0.1853]	[0.1596,0.1672]	[0.2002,0.2076]	[0.1577,0.1612]	[0.1938,0.1958]
	A_4	[0.1606,0.2100]	[0.1368,0.1748]	[0.1934,0.1979]	[0.1595,0.1647]	[0.1898,0.1918]
d_4	A_1	[0.1733,0.1867]	[0.1722,0.1800]	[0.2046,0.2100]	[0.1781,0.1800]	[0.1860,0.1880]
	A_2	[0.1733,0.2000]	[0.1487,0.1800]	[0.1946,0.1970]	[0.1762,0.1781]	[0.1880,0.1900]
	A_3	[0.2133,0.2400]	[0.1565,0.1722]	[0.1856,0.1900]	[0.1669,0.1725]	[0.1860,0.1880]
	A_4	[0.2000,0.2267]	[0.1487,0.1643]	[0.1814,0.1834]	[0.1650,0.1706]	[0.1841,0.1860]

جدول 6 ماتریس های (ID) تصمیم ایده آل

IDs	Candidates	Cost	Time	Trust	Risk	Quality
PID	A_1	[0.1544,0.1733]	[0.1672,0.1728]	[0.2100,0.2381]	[0.1500,0.1781]	[0.1880,0.2449]
	A_2	[0.1425,0.1733]	ϕ	[0.1970,0.2353]	[0.1423,0.1762]	[0.1900,0.2449]
	A_3	[0.1425,0.2133]	ϕ	[0.1900,0.2247]	[0.1393,0.1689]	[0.1880,0.2424]
	A_4	[0.1900,0.2000]	[0.1360,0.1487]	[0.1834,0.2151]	[0.1378,0.1650]	[0.1860,0.2400]
NID	A_1	[0.1069,0.1867]	[0.1428,0.1800]	[0.2046,0.2500]	[0.1454,0.1800]	[0.1860,0.2500]
	A_2	[0.1306,0.2062]	[0.1368,0.1900]	[0.1946,0.2381]	[0.1408,0.1781]	[0.1880,0.2474]
	A_3	[0.1187,0.2400]	[0.1406,0.1722]	[0.1856,0.2209]	[0.1347,0.1725]	[0.1860,0.2449]
	A_4	[0.1606,0.2267]	[0.1224,0.1748]	[0.1814,0.2198]	[0.1362,0.1706]	[0.1841,0.2424]

تصمیم گیری های ایده آل، ابعاد بالای بیان شده به عنوان ماتریس ها در روش پیشنهاد شده در این مقاله به جای راه حل های ایده آل در بعد کم بیان شده به صورت بردارها در روش TOPSIS سنتی هستند.

5. مثال عددی

در حالی که رقابت شدید، بسیاری از بازارهای تجاری را به یک محیط کم سود می کشاند، شرکت های مجازی به عنوان یک استراتژی کسب و کار برای شرکت های کوچک و متوسط با هم به نظر می رسند (Hsu & Hsu,

2008). یک شرکت مجازی، یک تیم متشکل از شرکت های مختلفی با رقابت هسته ای مختلف است که توسط برخی از فرصت های بازار گذرا است.

جدول 7 اندازه گیری جداسازی بین تصمیمات فردی و تصمیمات ایده آل

Ideal decisions	R_1	R_2	R_3	R_4
PID	0.1383	0.1599	0.1242	0.1715
NID	0.1703	0.1955	0.1503	0.2066

جدول 8 نزدیکی نسبی، اوزان و رتبه بندی DM]ا

DMs	Relative closeness	Weights	Ranking
d_1	0.5519	0.2513	1
d_2	0.5501	0.2505	2
d_3	0.5477	0.2494	3
d_4	0.5465	0.2488	4

جدول 9 ماتریس تصمیم جمعی

Candidates	Cost	Time	Trust	Risk	Quality
A_1	[0.1383,0.1666]	[0.1580,0.1743]	[0.2183,0.2275]	[0.1625,0.1650]	[0.2082,0.2120]
A_2	[0.1508,0.1804]	[0.1500,0.1764]	[0.2124,0.2172]	[0.1591,0.1621]	[0.2081,0.2108]
A_3	[0.1613,0.1865]	[0.1560,0.1670]	[0.2015,0.2063]	[0.1527,0.1569]	[0.2070,0.2092]
A_4	[0.1828,0.2117]	[0.1361,0.1547]	[0.1947,0.1991]	[0.1534,0.1574]	[0.2034,0.2055]

اخیرا، وزارت حمل و نقل جمهوری خلق چین یک پروژه بزرگ را در ساخت و ساز جاده اتخاذ نموده است. یک شرکت هسته ای، که یکی از شرکت های ساخت و ساز چینی است، این فرصت بازار را جلب نموده است. با این حال، آن همه شایستگی ها و منابع مورد نیاز برای تحقق بخشیدن به فرصت های بازار خود را ندارد. برای حمایت از عملیات یک شرکت مجازی، انتخاب شرکا مورد نیاز است. به منظور نشان دادن روش ارائه شده که در بالا معرفی شد، در ادامه، از روش ارائه شده برای مقابله با مشکل انتخاب شرکای روبرو شده توسط این شرکت هسته ای استفاده می شود.

پنج ویژگی اصلی از جمله هزینه، زمان، اعتماد، ریسک و کیفیت در این فرایند از انتخاب شریک وجود دارد. هزینه، زمان و خطر ابتلا به نوع هزینه، در حالی که اعتماد و کیفیت نوع بهره مند هستند. چهار شرکا وجود دارند که به عنوان نامزد / گزینه ها هستند و چهار DM مسئول مشکل انتخاب شریک هستند. هدف در اینجا، انتخاب یک شریک است که می تواند تمام ویژگی را به بهترین وجه برآورده سازد. هر DM ، ماتریس تصمیم فرد و اوزان صفات را که در جدول 3 نشان داده شده است، فراهم می کند.

تا گام 2، ما می توانیم چهار تصمیم فردی را در جدول 3، به ترتیب، همانطور که در جدول 4 نشان داده شده است، نرمالسازی می کنیم.

سپس، برای وزن های صفات 'داده شده توسط DMS، ما می توانیم ماتریس وزندهی شده تصمیم نرمال شده بیشتر را با توجه به مرحله 3 می سازیم که در جدول 5 نشان داده شده است.

در ادامه ما باید تعیین اوزان DM]ا را با توجه به تصمیم گیری فردی شروع نماییم. در مرحله اول، تصمیم گیری های ایده آل مثبت و منفی از گروه های مرحله 4، که در جدول 6 نشان داده شده است تعیین می شود. ثانیا، ما از رابطه (16) و (17) برای استنتاج جداسازی مثبت و منفی، به ترتیب، با توجه به مرحله 5، که در جدول 7 نشان داده شده است، استفاده می کنیم. سپس، نزدیکی نسبی هر تصمیم فردی و بردار وزن DM توسط مراحل 6 و 7 تعیین شده اند، این نتیجه در جدول 8 خلاصه شده است.

پس از تعیین وزن DMها، مورد بعدی، رتبه بندی گزینه های جایگزین (یا نامزدها) است. در مرحله اول، ما می توانیم تمام تصمیم گیری های فردی را در یک تصمیم جمعی با استفاده از وزن DM با توجه به مرحله 8 جمع نماییم؛ تصمیم جمعی در جدول 9 نشان داده شده است. در مرحله دوم، توسط مرحله 9، با جمع نمودن تمام استدلال های بازه ای در هر خط از جدول 9، ارزیابی فاصله کلی جایگزین $A_i (i = 1,2,3,4)$ به دست می آیند.

$$r_1 = [0.8853, 0.9455], \quad r_2 = [0.8805, 0.9469],$$
$$r_3 = [0.8785, 0.9260], \quad r_4 = [0.8705, 0.9284].$$

برای رسیدن به ای آرگومان های بازه کلی $r_i(i = 1,2,3,4)$، تا مرحله 10، ما ابتدا هر آرگومان ri را با تمام آرگومان های $r_j(j = 1,2,3,4)$ با استفاده از معادله (2) مقایسه می کنیم. سپس ما می توانیم یک ماتریس مکمل را با استفاده از معادله (3) به صورت زیر می سازیم:

$$P = \begin{pmatrix} 0.5000 & 0.5131 & 0.6222 & 0.6349 \\ 0.4869 & 0.5000 & 0.6010 & 0.6148 \\ 0.3778 & 0.3990 & 0.5000 & 0.5262 \\ 0.3651 & 0.3852 & 0.4738 & 0.5000 \end{pmatrix}.$$

با جمع نمودن تمام عناصر در هر خط از ماتریس P با معادله (4) داریم:

$$p_1 = 2.2702, \quad p_2 = 2.2027, \quad p_3 = 1.8030, \quad p_4 = 1.7241.$$

بنابراین، ما می توانیم آرگومان های $r_i(i = 1,2, 3,4)$ را در مرتبه نزولی مطابق با مقدار $p_i(i = 1,2,3,4)$: رتبه بندی نماییم:

$$r_1 > r_2 > r_3 > r_4.$$

در انتها، تا مرحله 11، تمام کاندیدها/جایگزین های $A_i(i = 1,2,3,4)$ را می تواند مطابق با $r_i(i = 1,2,3)$: رتبه بندی نمود:

$$A_1 \succ A_2 \succ A_3 \succ A_4,$$

که در آن نماد "$\succ$" به معنی مقدم بودن است. در نتیجه، بهترین کاندید A1 است.

6 نتیجه گیری

در این مقاله ما روش TOPSIS جدید را با داده های بازه برای مسائل MAGDM ارائه نموده ایم. ما راه حل های ایده آل مثبت و منفی بیان شده به صورت یک بردار را به ترتیب، در روش TOPSIS اصلی برای تصمیم گیری ایده آل مثبت و منفی بیان شده به صورت یک ماتریس، به ترتیب، در روش TOPSIS گسترده در این مقاله گسترش داده ایم. بنابراین، این مقاله، روشی را برای تعیین وزن DMها با استفاده از TOPSIS توسعه یافته در گروه ایجاد

کرده است. روش ارائه شده در مفهوم روشن ، ساده در محاسبات است و بر روی کامپیوتر به راحتی انجام می شود. روش توسعه یافته باید برای حمایت از موقعیت هایی که در آن اطلاعات به اشکال دیگر هستند گسترش یابد، به عنوان مثال، اعداد فازی، اعداد فازی استدلالی، اعداد فازی استدلالی با مقدار بازه ای و متغیرهای زبانی.

References

Aghajani Bazzazi, A., Osanloo, M., & Karimi, B. (2011). Deriving preference order of open pit mines equipment through MADM methods: Application of modified VIKOR method. *Expert Systems with Applications: An International Journal, 38*(3), 2550–2556.

Bodily, S. (1979). A delegation process for combining individual utility functions. *Management Science, 25*(10), 1035–1041.

Brock, H. (1980). The problem of "utility weights" in group preference aggregation. *Operations Research, 28*(1), 176–187.

Chen, X., & Fan, Z. (2006). Study on the assessment level of experts based on linguistic assessment matrices. *Journal of Systems Engineering, 24*(1), 111–115.

Chen, X., & Fan, Z. (2007). Study on assessment level of experts based on difference preference information. *Systems Engineering Theory & Practice, 27*(2), 27–35.

French, J. Jr., (1956). A formal theory of social power. *Psychological Review, 63*(3), 181–194.

Harsanyi, J. (1955). Cardinal welfare, individualistic ethics, and interpersonal comparisons of utility. *The Journal of Political Economy, 63*(4), 309–321.

Hsu, H., & Hsu, H. (2008). Systematic modeling and implementation of a resource planning system for virtual enterprise by predicate/transition net. *Expert systems with applications, 35*(4), 1841–1857.

Hwang, C., & Yoon, K. (1981). *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag.

Jabeur, K., & Martel, J. (2002). Quantification de limportance relative des membres dun groupe en vue détablir un préordre collectif. *Information Systems and Operational Research, 40*(3), 181–198.

Jabeur, K., Martel, J., & Khelifa, S. (2004). A distance-based collective preorder integrating the relative importance of the group's members. *Group Decision and Negotiation, 13*(4), 327–349.

Keeney, R. (1976). A group preference axiomatization with cardinal utility. *Management Science, 23*(2), 140–145.

Keeney, R., & Kirkwood, C. (1975). Group decision making using cardinal social welfare functions. *Management Science, 22*(4), 430–437.

Kim, S., & Ahn, B. (1999). Interactive group decision making procedure under incomplete information. *European Journal of Operational Research, 116*(3), 498–507.

Lin, Y., Lee, P., Chang, T., & Ting, H. (2008). Multi-attribute group decision making model under the condition of uncertain information. *Automation in Construction, 17*(6), 792–797.

Mirkin, B., & Fishburn, P. (1979). *Group Choice*. Halsted Press.

Ramanathan, R., & Ganesh, L. (1994). Group preference aggregation methods employed in AHP: An evaluation and an intrinsic process for deriving members' weightages. *European Journal of Operational Research, 79*(2), 249–265.

Sayadi, M., Heydari, M., & Shahanaghi, K. (2009). Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers. *Applied Mathematical Modelling, 33*(5), 2257–2262.

Theil, H. (1963). On the symmetry approach to the committee decision problem. *Management Science*, 380–393.

Van den Honert, R. (2001). Decisional power in group decision making: A note on the allocation of group members' weights in the multiplicative AHP and SMART. *Group Decision and Negotiation, 10*(3), 275–286.

Weiss, E., & Rao, V. (1987). AHP design issues for large-scale systems. *Decision Sciences, 18*(1), 43–57.

Xu, Z. (2005). On method for uncertain multiple attribute decision making problems with uncertain multiplicative preference information on alternatives. *Fuzzy Optimization and Decision Making, 4*(2), 131–139.

Xu, Z. (2008a). Dependent uncertain ordered weighted aggregation operators. *Information Fusion, 9*(2), 310–316.

Xu, Z. (2008b). Group decision making based on multiple types of linguistic preference relations. *Information Sciences, 178*(2), 452–467.

Yue, Z. (2011a). A method for group decision-making based on determining weights of decision makers using TOPSIS. *Applied Mathematical Modelling, 35*(4), 1926–1936.

Yue, Z. (2011b). An approach to aggregating interval numbers into interval-valued intuitionistic fuzzy information for group decision making. *Expert Systems with Applications, 38*(5), 6333–6338.

Yue, Z. (2011c). An extended TOPSIS for determining weights of decision makers with interval numbers. *Knowledge-Based Systems, 24*(1), 146–153.

Yue, Z. (2011d). Approach to group decision making based on determining the weights of experts by using projection method. *Applied Mathematical Modelling*. doi:10.1016/j.apm.2011.09.068.

Yue, Z. (2011e). Deriving decision maker's weights based on distance measure for interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making. *Expert Systems with Applications, 38*(9), 11665–11670.

Yue, Z. (2011f). Developing a straightforward approach for group decision making based on determining weights of decision makers. *Applied Mathematical Modelling*. doi:10.1016/j.apm.2011.11.041.

Yue, Z., Jia, Y., & Ye, G. (2009). An approach for multiple attribute group decision making based on intuitionistic fuzzy information. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 17*(3), 317–332.

Zeleny, M. (1982). *Multiple Criteria Decision Making*. New York: McGraw-Hill.

Zhang, J., Wu, D., & Olson, D. (2005). The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers. *Mathematical and computer modelling, 42*(9-10), 991–998.