یک یادداشت در مورد توسعه TOPSIS برای معیارهای تصمیم گیری چندگانه با مجموعه فازی فیثاغورث

در این یادداشت، ما به خطا در اثبات قضیه ۳,۴ در ژانگ و ژو –Int JIntell Syst 2014;29(12):1061) (1078) با یک مثال متضاد اشاره کردیم. ما متوجه شدیم که نابرابری (یعنی | ≤ | 2 (πβ2) - 2 (πβ1) | (πβ1); 2 - (πβ3) 2 |) با توجه به درجه عدم قطعیت هر سه شماره فازی فیثاغورث در اثبات قضیه ۳,۴ در مقاله ژانگ و خو معتبر نیست . اثبات جدید در این یادداشت ارائه شده است.

۱.مقدمه

یاگر۱۲ عمومیت از مجموعه فازی شهودی معرفی می کند که به عنوان مجموعه فازی فیثاغورث(PFS) ، برای رسیدگی به وضعیت اشاره شده است که در آن درجه عضویت و درجه غیرمجاز، مجموعی است که بیشتر از یک و بنابراین آنها به عنوان نمرات عضویت فیثاغورث به جای مجاز برای فضایی از نمرات عضویت شهودی مجاز هستند. اخیرا، ژانگ و خو ۳ تعریف عمومی ازPFSs ارائه کرده است. آنها برخی از قوانین جدید عملیاتی PFS را تعریف کردند و خواص مطلوب آنها را بررسی کردند. برای تسهیل بحث PFSs، جفت مرتب شده متشکل از درجه عضویت و غیرعضویت معمولا به عنوان یک شماره فازی باقیمانده (PFN) مشخص می شود. با مطالعه اشیمیت و کاسپریزیک انگیزه دار می شوید، 4ژانگ و خو مفهوم اندازه گیری فاصله را برای PFN ها و برخی از خواص مهم آن اثبات کرد. در بخش ۳ مقاله ژانگ و خو ، آنها قضیه زیر را پیشنهاد دادند.

$$\begin{aligned}
\left|(\pi_{\beta_1})^2-(\pi_{\beta_2})^2\right| &= \left|1-(\mu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_1})^2-\left(1-(\mu_{\beta_2})^2-(\nu_{\beta_2})^2\right)\right| \\
&= \left|(\mu_{\beta_2})^2-(\mu_{\beta_1})^2+\left((\nu_{\beta_2})^2-(\nu_{\beta_1})^2\right)\right| \\
&\le \left|1-(\mu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_1})^2-\left(1-(\mu_{\beta_3})^2-(\nu_{\beta_3})^2\right)\right| \\
&= \left|(\mu_{\beta_3})^2-(\mu_{\beta_1})^2+\left((\nu_{\beta_3})^2-(\nu_{\beta_1})^2\right)\right| \\
&= \left|(\pi_{\beta_1})^2-(\pi_{\beta_3})^2\right|
\end{aligned}$$

Thus

$$\begin{aligned}
d(\beta_1,\beta_2) &= \frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2-(\mu_{\beta_2})^2\right|+\left|(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_2})^2\right|+\left|(\pi_{\beta_1})^2-(\pi_{\beta_2})^2\right|\right) \\
&\le \frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2-(\mu_{\beta_3})^2\right|+\left|(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_3})^2\right|+\left|(\pi_{\beta_1})^2-(\pi_{\beta_3})^2\right|\right) \\
&= d(\beta_1,\beta_3)
\end{aligned}$$

به طور مشابه، ما همچنین می توانیم $d(\beta 2, \beta 3) \leq d(\beta 1, \beta 3)$, اثبات کامل این قضیه را نشان دهیم.

در این مقاله، اثبات قضیه ۳,۴ درپیشینه تحقیق ۳ بررسی و نسخه اصلاح شده برای آن ارائه می دهیم. این مقاله به شرح زیر سازماندهی می شود: در بخش ۲ ما برخی از نشانه ها و تعاریف را ارائه می دهیم. در بخش ۳، ما به اثبات مسئله ژانگ و خو اشاره می کنیم و سپس ما نسخه صحیح را برای آن ارائه می دهیم. در بخش ۴ ما این مقاله را با برخی از اظهارات نهایی و نتیجه گیری خاتمه می دهیم.

۲. مقدمات

ما با برخی مفاهیم اساسی شروع کنیم که برای بقیه این مقاله مورد نیاز است. برای جزئیات بیشتر، ما به پیشینه تحقیق مراجعه می کنیم.۳

تعریف ۲,۱,۳ فرض کنید یک setX یک جهان گفتمان باشد A PFS P .یک شیء به شکل زیر باشد

$$P=\{\langle x, P(\mu_P(x), v_P(x))\rangle \mid x \in X\},$$

که تابع $\mu_P : X \to [0,1]$ درجه اعضا و $v_P : X \to [0,1]$ درجه عنصر غیر اعضا را به ترتیب $x \in X$ to P, و برای همیشه $x \in X$, تعریف می کند، آن اعتقاد دارد که

$$(\mu_P(x))^2 + (v_P(x))^2 \leq 1$$

تعریف ۲,۲[۳]: برای هر $PFS\ P$ and $x \in X$, $\pi_P(x)=\sqrt{1-\mu_P(x)^2-v_P(x)^2}$ درجه نامشخصی $x \in X$ to P نامیده می شود. به سادگی، می نامیم $P(\mu_P(x), v_P(x))$ a PFN دلالت بر $\beta = \langle \mu_\beta, v_\beta\rangle$ که

$$\mu_\beta, v_\beta \in [0,1]\ \pi_\beta=\sqrt{1-(\mu_\beta)^2-(v_\beta)^2}, \text{ and } (\mu_\beta)^2-(v_\beta)^2 \leq 1$$

تعریف ۲,۳: فرض کنید $\beta_i = \langle \mu_{\beta_i}, v_{\beta_i}\rangle (i=1,2)$ دو PFNS باشد. ماهیتی شبه منظم در PFNS که به شرح ذیل تعریف می شود: $\beta_1 \geq \beta_2$ if and only if $\mu_{\beta_1} \geq \mu_{\beta_2}$ and $v_{\beta_1} \leq v_{\beta_2}$.

تعریف [۳] ۲,۴ : فرض کنید $\beta_i = \langle \mu_{\beta_i}, \nu_{\beta_i} \rangle (i = 1, 2)$ دو PFNS باشد، سپس ما فاصله بین β_1 and β_2 را به شرح ذیل تعریف می کنیم:

$$d(\beta_1, \beta_2) = \frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2 - (\mu_{\beta_2})^2\right| + \left|(\nu_{\beta_1})^2 - (\nu_{\beta_2})^2\right| + \left|(\pi_{\beta_1})^2 - (\pi_{\beta_2})^2\right|\right).$$

۳. خطا در اثبات ژانگ و خو در قضیه ۳,۴ و یک اثبات جدید

$$\left|(\pi_{\beta_1})^2 - (\pi_{\beta_2})^2\right| \leq \left|(\pi_{\beta_1})^2 - (\pi_{\beta_3})^2\right|. \qquad (3.1)$$

به هرحال، مثال متضاد زیر بیان می کند که نابرابری (۳,۱) باقی نمی ماند. به ما برای بررسی سه $\beta1=\_0.1, 0.9\_$, $\beta2=\_0.2, 0.3\_$, $\beta3=\_0.5, 0.2$ فرصت دهید سپس ما $\beta1 \leq \beta2 \leq \beta3$ را با توجه به تعریف ۲,۳ بدست می آوریم. تعریف زیر ۲,۱ و ۲,۲، داریم

$$\begin{aligned}\left|(\pi_{\beta_1})^2 - (\pi_{\beta_2})^2\right| &= \left|\left(1 - (\mu_{\beta_1})^2 - (v_{\beta_1})^2\right) - \left(1 - (\mu_{\beta_2})^2 - (v_{\beta_2})^2\right)\right| \\ &= |0.18 - 0.87| = 0.69\end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned}\left|(\pi_{\beta_1})^2 - (\pi_{\beta_3})^2\right| &= \left|\left(1 - (\mu_{\beta_1})^2 - (v_{\beta_1})^2\right) - \left(1 - (\mu_{\beta_3})^2 - (v_{\beta_3})^2\right)\right| \\ &= |0.18 - 0.71| = 0.53.\end{aligned}$$

مشخص است که $|(\pi\beta1)^2 - (\pi\beta2)^2| \geq |(\pi\beta1)^2 - (\pi\beta3)^2|$. این نتیجه اثبات قضیه ۳,۴ در پیشینه تحقیق ۳ را نقض می کند.

در ادامه، ما مجدد قضیه ۳,۴ را در پیشینه ۳ ثابت می کنیم.

اثبات: با توجه به تعریف ۲,۴، داریم:

$$\begin{aligned}d(\beta_1, \beta_2) &= \frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2 - (\mu_{\beta_2})^2\right| + \left|(\nu_{\beta_1})^2 - (\nu_{\beta_2})^2\right| + \left|(\pi_{\beta_1})^2 - (\pi_{\beta_2})^2\right|\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2 - (\mu_{\beta_2})^2\right| + \left|(\nu_{\beta_1})^2 - (\nu_{\beta_2})^2\right| + \left|(\mu_{\beta_2})^2 + (\nu_{\beta_2})^2\right.\right. \\ &\quad \left.\left. - \left((\mu_{\beta_1})^2 + (\nu_{\beta_1})^2\right)\right|\right),\end{aligned}$$

و

$$d(\beta_1,\beta_3)=\frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2-(\mu_{\beta_3})^2\right|+\left|(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_3})^2\right|+\left|(\pi_{\beta_1})^2-(\pi_{\beta_3})^2\right|\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\left|(\mu_{\beta_1})^2-(\mu_{\beta_3})^2\right|+\left|(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_3})^2\right|+\left|(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_3})^2-\left((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\right)\right|\right).$$

اگر $\beta_1\le\beta_2\le\beta_3$، سپس ما بدست می آوریم $\mu_{\beta_1}\le\mu_{\beta_2}\le\mu_{\beta_3}$ and $\nu_{\beta_1}\ge\nu_{\beta_2}\ge\nu_{\beta_3}$، تعریف ۲,۳ حاصل می شود

Let $D=d(\beta_1,\beta_3)-d(\beta_1,\beta_2)$, then

$$D=\frac{1}{2}\left((\mu_{\beta_3})^2-(\nu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_2})^2-(\mu_{\beta_2})^2+\left|(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_3})^2-\left((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\right)\right|-\left|(\mu_{\beta_2})^2+(\nu_{\beta_2})^2-\left((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\right)\right|\right).$$

موارد زیر حاصل می شود:

(1) if $(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\ge\max\{(\mu_{\beta_2})^2+(\nu_{\beta_2})^2,(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_3})^2\}$, then $D=(\nu_{\beta_2})^2-(\nu_{\beta_3})^2\ge 0$;

(2) if $(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\le\min\{(\mu_{\beta_2})^2+(\nu_{\beta_2})^2,(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_3})^2\}$, then $D=(\mu_{\beta_3})^2-(\mu_{\beta_2})^2\ge 0$;

(3) if $(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_3})^2\le(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\le(\mu_{\beta_2})^2+(\nu_{\beta_2})^2$, then $D=(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_3})^2-(\mu_{\beta_2})^2$;

For (3), because $-(\nu_{\beta_3})^2\ge-((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2-(\mu_{\beta_3})^2)$, we have

$$D\ge(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2-\left((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2-(\mu_{\beta_3})^2\right)-(\mu_{\beta_2})^2=(\mu_{\beta_3})^2-(\mu_{\beta_2})^2\ge 0.$$

(4) if $(\mu_{\beta_2})^2+(\nu_{\beta_2})^2\le(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\le(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_3})^2$, then $D=(\mu_{\beta_3})^2+(\nu_{\beta_2})^2-((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2)$.

برای (۴) ، به دلیل $(\mu_{\beta_3})^2\ge(\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_3})^2$، داریم:

$$D\ge\left((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2-(\nu_{\beta_3})^2\right)+(\nu_{\beta_2})^2-\left((\mu_{\beta_1})^2+(\nu_{\beta_1})^2\right)=(\nu_{\beta_2})^2-(\nu_{\beta_3})^2\ge 0.$$

۴. نتیجه گیری

در این قسمت، ما به خطا در اثبات قضیه ۳,۴ در پیشینه تحقیق ۳ با یک مثال متضاد اشاره می کنیم. بنابراین اثبات جدید ارائه شده است. همانطور که در مقدمه ذکر شد که مفهوم اندازه گیری فاصله برای PFN ها توسط فاصله Hamming از اعداد فازی شهودی ایجاد می شود که در مطالعه اشیمیت و کاسپریزیک ارائه شده است، بنابراین می توانیم استنباط کنیم و سپس اثبات کنیم که IFN ها این ویژگی اصلی را نیز بر اساس فاصله فمینیسم هومینگ شهودی حفظ می کنند. یعنی، برای هر سه $(j = 1, 2, 3)$ IFNs $\alpha j = I(\mu\alpha j, v\alpha j)$ ، اگر $\alpha1 \leq \alpha2 \leq \alpha3$ ، می توانیم $d(\alpha1, \alpha2) \leq d(\alpha1, \alpha3)$ and $d(\alpha2, \alpha3) \leq d(\alpha1, \alpha3)$ به طور مشابه با استفاده از اثبات قضیه ۳,۴ برای منابع ثابت کنیم. با بررسی تحقیقات نظری و توسعه بیشتر واقعیت در مورد قضیه ۳,۴، اثبات تجدید نظر شده آن مبانی نظری دقیقی را فراهم می کند

قدردانی

نویسندگان از سردبیر اصلی یعنی آر. آر. یاگر برای اظهارات سازنده ومفید و پیشنهادات که منجر به بهبود در هر دو کیفیت و وضوح مقاله می شود تشکر و قدردانی می کند. این کار توسط موسسه علوم ملی چین حمایت می شود.

References

1. Yager RR. Pythagorean fuzzy subsets. In: Proc Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting, Edmonton, Canada; 2013. pp 57–61.
2. Yager RR. Pythagorean membership grades in multi-criteria decision making. IEEE Trans Fuzzy Syst 2014;22:958–965.
3. Zhang X, Xu Z. Extension of TOPSIS to multiple criteria decision making with Pythagorean fuzzy sets. Int J Intell Syst 2014;29(12):1061–1078.
4. Szmidt E, Kacprzyk J. Distances between intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets Syst 2000;114(3):505–518.