اکستروپی باقیمانده آماره های ترتیبی

خلاصه:

آمار غیر مستقیم ، برای اندازه گیری عدم قطعیت باقی مانده از یک متغیر تصادفی، پیشنهاد شده است. خواص م ونوتونی و خصوصیات نتایج این اندازه گیری مورد مطالعه قرار گرفت. خصوصیات مشابهی از اندازه گیری پیشنهاد ی از آمار نظم نیز مورد تحلیل واقع شد.

1.مقدمه:

فرض کنید Xیک متغیر تصادفی غیر منفی و کاملا مستمر با تابع چگالی احتمال باشد.(Pdf.f)

اندازه گیری عدم قطعیت موجود در X ،اکستروپی، توسط شانون (1948) به شرح زیر تعریف شد:

$$H(X) = -\int_0^\infty f(x)\log f(x)\,\mathrm{d}x.$$

به تازگی، یک روش جایگزین عدم قطعیت به نام اکستروپیتوسط لاد و همکاران پیشنهاد شده است. (2015).

برای متغیر تصادفی X، آن روش به شکل زیر تعریف شد:

$$J(X) = -\frac{1}{2}\int_0^\infty f^2(x)\,\mathrm{d}x.$$

اکستروپییک نرم افزار آماری است که نمره توزیع را پیش بینی میکند. به عنوان مثال، در زیر کل امتیاز ورود به سیستم، نمره مورد انتظار یک توزیع پیش بینی برابر با مجموع منفی اکستروپی و غیرمتوژیکی این توزیع است (Gneiting and Raftery، 2007). در زمینه های تجاری یا علمی مانند اندازه گیری های نجومی توزیع های گرما در کهکشان ها، آنتیبوری ها، مورد بررسی جهانی قرار گرفته اند (Furuichi and Mitroi، 2012؛ Von tobel، 2013). اخیرا، Qiu (2017) بیشتر این معیار جدید را مطالعه کرد،و با بررسی برخی از خصوصیات، خ واص یکنواخت و سطوح پایین ثبات و نظم مقادیر را ااندازه گرفت.

همانطور که توسط اسدی و ابراهیمی (2000) اشاره شده است، اگر Xبه عنوان طول عمر یک واحد جدید در ن ظر گرفته شود، H (X)دیگر برای اندازه گیری عدم اطمینان در مورد عمر باقیمانده واحد واحد مفید نیست.

در چنین شرایطی، باید آنتروپی باقی مانده Xرا که توسط ابراهیمی (1996) به عنوان انتروپی Xt = [X t | X t ≥] پیشنهاد شده است، در نظر بگیریم.

$$H(X_t) = -\int_t^{\infty} \frac{f(x)}{\bar{F}(t)} \log \frac{f(x)}{\bar{F}(t)}\, dx, \tag{1.2}$$

جایی که F ¯تابع بقاء Xاست. به طور مشابه با (1.2)، اکستروپی باقی مانده Xبه عنوان غیرتروپی Xtدر این کاغذ تعریف می شود.

نشان داده شده است که تثبیت باقی مانده از Xبه وضوح توسط تابع نرخ شکست در بخش 2 تعیین می شود. بر اساس این نکته، توزیع چندگانه از لحاظ اکستروپی باقی مانده مشخص می شود. در بخش 3، برخی از خصوصیا ت یکنواختی غیرمستقیم باقی مانده از آمار نظم اول ساخته شده است. ما همچنین نشان می دهیم که توزیع ها ی اساسی می توانند با آمار غیرمتمرکز باقی مانده نظم مشخص شوند.

.2نتایج اکستروپی و مشخصه های باقی مانده

2.1. باقی مانده اکستروپی

به طور مشابه با ابراهیمی (1996)، تعریف زیر را در مورد اکستروپی باقی مانده پیشنهاد می کنیم. برای متغیر تصادفی X، آن اکستروپی باقی مانده به شکل زیر تعریف شده است:

$$J_t(X) \triangleq J(X_t) = -\frac{1}{2}\int_0^{\infty} f_t^2(x)\, dx = -\frac{1}{2\bar{F}^2(t)}\int_t^{\infty} f^2(x)\, dx, \quad t \geq 0, \tag{2.1}$$

جایی که ft (x) = f (x + t) / ¯F (t)، x ≥ 0، t ≥ 0، pdf از Xtاست،بدیهی است که اکستروپیباقی مانده یک توزیع مداوم همیشه منفی است، در حالی که اکستروپی باقیمانده و توزیع مداوم می تواند هر مقدار در خط واقعی، از جمله ∞ و ∞ را گسترش دهد; لازم به ذکر است که اگر t = 0را در (2.1) قرار دهیم، J0 (X) = J (X)، که با (1.1) همخوانی دارد.

قضیه بعدی نشان می دهد که اکستروپی باقی مانده از یک متغیر تصادفی منحصرا توسط تابع نرخ شکست آن تعیین می شود.

قضیه 2.1. انتگرال باقی مانده Jt (X) از Xبه صورت منحصر به فرد توسط rX (t) تعیین می شود، جایی که rX (t) = f (t) / ¯F (t)، t ≥ 0تابع نرخ شکست از Xاست.

اثبات :واضح (2.1) است که:

$$\frac{\mathrm{d}J_t(X)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2\bar{F}^4(t)}\left[-f^2(t)\bar{F}^2(t) + 2\bar{F}(t)f(t)\int_t^\infty f^2(x)\,\mathrm{d}x\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[r_X^2(t) + 4r_X(t)J_t(X)\right].$$

اگر چه ما داریم:

$$\frac{\mathrm{d}J_t(X)}{\mathrm{d}t} - 2r_X(t)J_t(X) = \frac{1}{2}r_X^2(t).$$

حل معادله دیفرانسیل بالا منجر به فرمول زیر شد:

$$\frac{\mathrm{d}J_t(X)}{\mathrm{d}t} - 2r_X(t)J_t(X) = \frac{1}{2}r_X^2(t).$$

نکته 2.2 :از (2.2) نتیجه می گیریم که $Jt\ (X)$ در t افزایش می یابد (و فقط در $Jt\ (X) \geq rX\ (t) / 4$ هست.

مثال 2.3. : فرض کنید X یک متغیر تصادفی پارتو با $pdf\ f\ (x) = \gamma\ \alpha\gamma / (\alpha + x)\ \gamma +1$، $x \geq 0$، α، $\gamma > 0$ بدیهی است، $rX\ (x) = \gamma / (\alpha + x)$، $x \geq 0$. از (2.3) این است که:

$$J_t(X) = \mathrm{e}^{2\int r_X(t)\,\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2}\int r_X^2(t)\mathrm{e}^{-2\int r_X(t)\,\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t + C\right], \tag{2.3}$$

بنابراین، $C = 0$ و $Jt\ (X) = \gamma\ 2 / [2\ (2\gamma + 1)\ (\alpha + t)]$، $t \geq 0$. بدیهی است، $Jt\ (X)$ در t افزایش می یابد.

$$J_t(X)|_{t=0} = -\frac{\gamma^2}{2\alpha(2\gamma+1)} + C\alpha^{2\gamma} = J(X) = -\frac{\gamma^2}{2\alpha(2\gamma+1)}.$$

جدول 1 باقی مانده اکستروپی(آنتروپی) را برای برخی توزیع های معمول استفاده می کند.

جدول 1: انتروپی و اکستروپی باقی مانده برای برخی توزیعات رایج

نام	pdf	انتروپی باقی مانده	اکستروپی
دامنه محدود	$a(1-x)^{a-1},\ x \in (0,1),\ a > 1$	$-\frac{a^2}{(4a-2)(1-t)}$	$\log\frac{1-t}{a} + \frac{a-1}{a}$
یکنواخت	$\frac{1}{b},\ x \in (0,b), b > 0$	$-\frac{1}{2(b-t)}$	$\log(b-t)$
نمایی	$\lambda e^{-\lambda x},\ x \geq 0,\ \lambda > 0$	$-\frac{\lambda}{4}$	$1 - \log\lambda$
پارتو	$\frac{\gamma\alpha^\gamma}{(\alpha+x)^{\gamma+1}},\ x \geq 0,\ \alpha, \gamma > 0$	$-\frac{\gamma^2}{2(2\gamma+1)}\frac{1}{\alpha+t}$	$\log\frac{\alpha+t}{\gamma} + \frac{\gamma+1}{\gamma}$
توان	$ax^{a-1},\ x \in (0,1),\ a > 0$	$-\frac{a^2(1-t^{2a-1})}{2(2a-1)(1-t^a)^2}$	$\log\frac{1-t^a}{a} + \frac{(a-1)t^a\log t}{1-t^a} + \frac{a-1}{a}$

در ادامه، شرایط جایگزینی که تحت آن Jt (X) در t کاهش می یابد، مورد بررسی قرار خواهیم داد. برای این منظور ابتدا تعاریف دو دستورالعمل تصادفی را یاد می گیریم.

تعریف 2.4 (Shaked و Shanthikumar، 2007). فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی غیر منفی با توابع بقا ‾F و ‾G، pdfs f و g باشند. گفته می شود X کمتر از Y است

(1) در نسبت احتمال، نشان داده شده توسط X≤lrY، اگر f (x) / g (x) در x ≥ 0 کاهش می یابد،

(2) در دستورالعمل تصادفی معمولا، X≤stY نشان داده شده است، اگر ‾F (x) ≤ ‾G (x) برایا x ≥ 0 به این شکل است.

قضیه 2.5. :فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع و pdf f باشد. اگر f (F 1 (x)) در x ≥ 0 افزایش یابد، Jt (X) در t ≥ 0 کاهش می یابد.

اثبات: فرض کنید Ut یک متغیر تصادفی است که به طور یکنواخت در F (t)، 1 با pdf gt (x) = 1 / ‾F (t) ، F (t) <x <1. است،سپس از (2.1) بدست می آید:

$$
\begin{aligned}
J_t(X) &= -\frac{1}{2\bar{F}^2(t)}\int_{F(t)}^{1} f(F^{-1}(u))\,du \\
&= -\frac{1}{2\bar{F}(t)}\int_{F(t)}^{1} g_t(u) f(F^{-1}(u))\,du \\
&= -\frac{1}{2\bar{F}(t)}\mathrm{E}\left[f(F^{-1}(U_t))\right].
\end{aligned}
$$

فرض کنید 0 ≤ t1 <t2. در این صورت F (t1) <x ≤ F (t2) gt1 (x) / gt2 (x) = ∞ و gt1 (x) / gt2 (x) = ‾F (t2) / ‾F (t1) است .

بنابراین، F (t2) <x <1. gt1 (x) / gt2 (x) در x ∈ (F (t1)، 1) کاهش می یابد، که این معنی Ut1≤lrUt2 است. از این رو Ut1≤stUt2 و 0 ≤ E [f (F 1 (Ut1))] ≤ E [f (F 1 (Ut2))] با فرض اینکه f (F 1 (x)) یک تابع افزایش است. از آنجا که 0 <1 / ‾F (t1) ≤ 1 / ‾F (t2)،

ما نتیجه مطلوب را با ذکر این نتیجه می گیریم:

$$J_{t_1}(X) = -\frac{1}{2\bar{F}(t_1)} \mathrm{E}\left[f(F^{-1}(U_{t_1}))\right] \geq -\frac{1}{2\bar{F}(t_2)} \mathrm{E}\left[f(F^{-1}(U_{t_2}))\right] = J_{t_2}(X). \quad \square$$

یادداشت 2.6. : مقدار f (F 1 (x)) به عنوان تابع quantile- شناخته شده در ادبیات شناخته شده است و برا ی تقریب لحظات آمار نظم (Davido and Nagaraja، 2003) استفاده می شود.

یادداشت 2.7 :اگر X دارای توزیع محدودهی محدودی در جدول 1 باشد، / (1 f (F 1 (x)) = a (1 x) a) 1 در a (0 ،x ∈ 1) کاهش می یابد. با این حال، از جدول 1 می دانیم که Jt (X) در t کاهش می یابد.

بنابراین، شرط در Theorem 2.5 که f (F 1 (x)) در x افزایش می یابد کافی است، اما لازم نیست.

مثال 2.8. :بگذارید X یک متغیر تصادفی(B 2، 1) با cdf F (x) = x2، 0 < x <1 باشد، سپس f (F 1 (x) = 2√x، 0) < The23 > 0 .X< قرار دهید.

شرط قضیه 2.8 :راضی است به این ترتیب، تثبیت باقی مانده X در t کاهش می یابد.

2.2خصوصیات چندین توزیعی:

پی دی اف برخی از توزیع های معمول استفاده شده در جدول 1 ارائه شده است. بعد ما برخی از توزیع ها را از لحاظ اکستروپی باقی مانده مشخص می کنیم.

قضیه 2.9. :اجازه دهیم X یک متغیر تصادفی با نرخ شکست rX باشد. اگر برای همه t ≥ 0، Jt (X) = krX (t)، جایی است که k یک ثابت غیر منفی است. سپس X بصورت زیر است:

(1) یک توزیع دامنه محدود در k> 1/4،

(2) یک توزیع نمایشی در k = 1/4،

(3) توزیع پارتو در k <1/4

اثبات :الزامات قطعات (1) - (3) را می توان به راحتی با استفاده از جدول 1 تأیید کرد. بعد ما تنها کافی را در نظر می گیریم. فرض کنید Jt (X) = krX (t) برای همه t ≥ 0. از (2.2) که:

$$\frac{r_X'(t)}{r_X^2(t)} = -\frac{1-4k}{2k}, \quad t \geq 0.$$

حل این معادله rX (t) = 1 / (pt + d)، t ≥ 0، جایی است که در p = (1 4k) / (2k)، و d = 1 / rX (0).

جود دارد.

(1)اگر $k> 1/4$، باشد،سپس $p <0$، و $rX (t)$ در نرخ شکست توزیع محدود می شود.

(2) اگر $k = 1/4$، باشد،سپس $p = 0$، $rX (t)$ ثابت می شود که فقط شرطی است که تحت آن X دارای یک ن

ماد توزیع است.

(3) اگر $k <1/4$، باشد، سپس $p> 0$، $rX (t)$ نرخ شکست یک توزیع پارتو است.

3. آمار اکستروپی باقی مانده:

آمار سفارش را می توان در بسیاری از زمینه ها استفاده کرد، از جمله استنتاج آماری، آزمون های خوب بودن، قاب لیت اطمینان و کنترل کیفیت است. برای مثال، در نظریه قابلیت اطمینان، برای مدلسازی آماری، از آمار مرتبه ا ستفاده می شود. آمار رسمی i در نمونه ای از اندازه n نشان دهنده طول عمر سیستم ($n\ i + 1$ -out-of-n)م ی باشد. اخیرا چندین نویسنده این موضوع را مطالعه کرده اند.

از توصیف توزیع زیرزمینی یک نمونه بر اساس آنتروپی و یا نسخه های تعمیم یافته آن از نظم آماراست. باراتپور و همکاران (2007، 2008) نشان دادند که آنتروپی شانون و آنتروپی رنیی از آمار نظم i ام می توانند توزیع پایه را به طور منحصر به فرد نشان دهند. نتایج مشابهی در براتپور (2010) برای آنتروپی باقیمانده تجمعی از آمار نظم اول در آنتروپی پویا از آمار نظم i ام است. در ابتدا، خواص مونوتونی انتروپی باقی مانده را مطالعه می کنیم و سپ س نشان می دهیم که اکستروپی غیرمستقیم از آمار نظم نیز می تواند توزیع اساسی را به صورت منحصر به فرد تعیین کند.

3.1 خواص مونوتونی:

فرض کنید $X1$، $X2$، . . . Xn نمونه های تصادفی مستقل اندازه n از جمعیت X با $cdf\ F$ و $pdf\ f$ باشد. $X1$ را مشخص کنید: $n \le \cdot \cdot \le Xn: n$ مرتب سازی آمار از $X1$، $X2$، . . . ، Xn تابع بقا و pdf از $X1: n$ توسط F^{-} $1: n (x) = {}^{-}F\ n (x)$ است و

$f1: n (x) = n^{-} F\ n\ 1 (x) f (x)$، $x \ge 0$، به ترتیب نمایش داده شده است.

اگر f کاهش یابد، $f1: n (F$ (1 ،x,£) به شکلی دیگر خواهد بود.

به این ترتیب، نتیجه ی زیر توسط Theorem 2.5 آمده است.

همچنین1: [n (x)) = nx1 1 / nf [F 1 (1 x1 / n)در حال افزایش است.

مثال مقابل 3.2. :فرض کنید Xیک متغیر تصادفی با کاهش 2 pdf f (x) = 1 / (1 + x)، x ≥ 0. cdf از X

2:2 توسط 2 F2: 2 (x) = x2 / (1 + x)، x ≥ 0. باشد،پس:

$$J_t(X_{2:2}) = -2\frac{1}{\left[1-\frac{t^2}{(1+t)^2}\right]^2}\int_t^{\infty}\frac{x^2}{(1+x)^6}\,\mathrm{d}x, \quad t \geq 0.$$

قضیه زیر نشان می دهد که Jt (X1: n)نیز در nکاهش می یابد اگر fکاهش یابد. قضیه 3.3. اگر Xدارای p df f در [0، ∞) باشد، Jt (X1: n)در n ≥ 1 کاهش می یابد.

اثبات توجه داشته باشید که پی دی اف از [X1: n | X1: n> t]داده شده است:

$$g_{1:n}^t(x) = \frac{n\bar{F}^{n-1}(x)f(x)}{\bar{F}^n(t)}, \quad x \geq t.$$

همچنین نکته برداری شد که:

$$\frac{g_{1:(2n-1)}^t(x)}{g_{1:(2n+1)}^t(x)} = \frac{(2n-1)\bar{F}^2(t)}{(2n+1)\bar{F}^2(x)}$$

بنابراین [X1: (2n + 1) | X1: (2n + 1)> t] ≤lr [X1: (2n 1) | X1: (2n 1)> t]، به این معنی است که[X1: (2n + 1) | X1: (2n + 1)> t] ≤st [X1: (2n 1) | X1: (2n 1)> t. اگر fکاهش یابد، پس جریان بصورت زیر است:

$$\mathrm{E}[f(X_{1:(2n+1)})|X_{1:(2n+1)} > t] \geq \mathrm{E}[f(X_{1:(2n-1)})|X_{1:(2n-1)} > t].$$

در حال حاضر، (2.1) آن است که:

$$J_t(X_{1:n}) = -\frac{n^2}{2\bar{F}^{2n}(t)}\int_t^\infty \bar{F}^{2n-2}(x)f^2(x)\,dx$$
$$= -\frac{n^2}{2(2n-1)\bar{F}(t)}\int_t^\infty \frac{(2n-1)\bar{F}^{2n-2}(x)f(x)}{\bar{F}^{2n-1}(t)}f(x)\,dx$$
$$= -\frac{n^2}{2(2n-1)\bar{F}(t)}\int_t^\infty g^t_{1:(2n-1)}(x)f(x)\,dx$$
$$= -\frac{n^2}{2(2n-1)\bar{F}(t)}\mathrm{E}[f(X_{1:(2n-1)})|X_{1:(2n-1)} > t].$$

این اثبات را تکمیل می کند از آنجایی که اکستروپی باقی مانده از یک متغیر تصادفی غیر مثبت است.

ممکن است بخواهید تعجب کنید که آیا نظم مرتبهٔ اول X1: nدر قضیه 3.3 می تواند جایگزین با آمار مرتبه Xi: n، 1 <iباشد. مثال زیر به پاسخ منفی می دهد.

مثال مقابل 3.4. فرض کنید Xدر Counterexample 3.2تعریف شود. استثنایی باقی مانده از Xn: nتوسط داده می شود:

$$\frac{J_t(X_{1:n})}{J_t(X_{1:(n+1)})} = \frac{n^2(2n+1)}{(n+1)^2(2n-1)}\frac{\mathrm{E}[f(X_{1:(2n-1)})|X_{1:(2n-1)} > t]}{\mathrm{E}[f(X_{1:(2n+1)})|X_{1:(2n+1)} > t]}$$
$$\leq \frac{\mathrm{E}[f(X_{1:(2n-1)})|X_{1:(2n-1)} > t]}{\mathrm{E}[f(X_{1:(2n+1)})|X_{1:(2n+1)} > t]}$$
$$\leq 1.$$

3.2 خصوصیات توزیع های پایه ای آمار سفارش:

Qiu (2017)نشان می دهد که توزیع اساسی می تواند منحصر به فرد اکستروپی از آمار نظم Iام مشخص می شود. در این بخش، ما نشان می دهیم که اکستروپی باقی مانده از آمار نظم Iمی تواند توزیع اساسی را منحصر به فرد نشان دهد.

قضیه 3.5. : بگذارید Jt (X1: n) وJt (Y1: n) به ترتیب اکستروپی باقیمانده از وضعیت مرتبه اول از Xو Y باشد. سپس X d = Y برای تمام t ≥ 0 وn ≥ 1، Jt (X1: n) = Jt (Y1: n)است.

اثبات کافی است کافی بودن را اثبات می کند. طول عمر باقیمانده X1: nرا در سن t ≥ 0توسط X1بیان می شود: t = [X1: n t | X1: n ≥ t]؛

$$J_t(X_{n:n}) = -\frac{1}{2\left[1-\frac{t^n}{(1+t)^{2n}}\right]^2}\int_t^\infty \frac{n^2x^{2n-2}}{(1+x)^{2n+2}}\,dx, \quad t \geq 0.$$

جایی که Xi؛ t = [Xi t | Xi ≥ t]، i = 1، 2، . . . ، nباشد، Jt (X1: n) = Jt (Y1: n) برای همه t ≥ 0 و n ≥ 1 به این گونه است و، توسط (3.2) نشان داده می شود.

نکته 3.3 در Qiu (2017) که Xt d = Yt برای همه t ≥ 0. به این گونه است،یعنی Ft (x) = Gt (x) برای همه x ≥ 0 و t ≥ 0، است ،جایی که Ft (x) و Gt (x) به ترتیب cdfs از Xt و Yt هستند. به این ترتیب، F (x + t) = ¯ F (t) G (x + t) / ¯ G (t) برای همه x ≥ 0 و t ≥ 0. اجازه دادن x → ∞ می دهد که F¯ (t) = ¯ G (t) برای همه t ≥ 0، است یعنی X و Y دارای یک تابع توزیع مشابه هستند.

برای تثبیت قضیه 3.5 از X1: n به Xi: n، i ≥ 1، ما مشکل پیدا کردن یک شرط کافی برای راه حل منحصر به فرد از مسئله ارزشراولیه(IVP)است:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0,$$

جایی که f یک تابع از دو متغیر است که دامنه آن یک منطقه D ⊂ R2 است (x0، y0) یک نقطه در D است و y تابع ناشناخته است. با راه حل (3.3)، یک تابع φ را پیدا می کنیم که شرایط زیر را می پذیرد: (i φ) بر روی I متفاوت است .همچنین(ii) رشد φ در D قرار دارد، (iii) φ (x0) = y0 و iv) φ '(x) = f (x)، φ (x)) برای همه x ∈ I. است;

قضیه زیر برای اثبات نتایج توصیف ما استفاده می شود.

قضیه 3.6 :(Gupta&Kirimani، 1998). فرض کنید f یک تابع مداوم در یک دامنه D ⊂ R2 تعریف می شود و f را بردار شرط Lipschitz با توجه به y) در D، یعنی | f (x، y1) f (x، y2) | ≤ k | y1 y2 |، k> 0، است وبرای هر نقطه (x، y1) و (x، y2) در D. سپس تابع y = φ (x) که در آن IVP y '= f (x، y) و y (x، 0) = y0، x ∈ I، منحصر به فرد است.

لاما 3.7 :(Gupta&Kirimani، 2008). فرض کنید که تابع f در ناحیه محدب D ⊂ R2، ∂ f است به طور مداوم D را درشرط Lipschitz ببینید.

قضیه 3.8. بگذارید :Jt (Xi: n) وJt (Yi: n) به ترتیب اکستروپی باقی مانده از آمار مرتبه iام از Xو Yباش
د. سپس X d = Y فقط برای تمام t ≥ 0 و i ≤ n، Jt (Xi: n) = Jt (Yi: n) باشد.

اثبات: کافی است تا کافی بودن را اثبات کنید. از (2.2) شناخته شده است که:

$$\frac{\mathrm{d}J_t(X_{i:n})}{\mathrm{d}t} - 2r_{X_{i:n}}(t)J_t(X_{i:n}) = \frac{1}{2}r^2_{X_{i:n}}(t), \quad t \geq 0.$$

از تئوری 3.6 و لاما3.7 نتیجه می شود که rXi: n (t) = rYi: n (t) برای همه t ≥ 0، به این معنی است که Fi: n (t) = Gi: n (t) برای همه t ≥ 0، Fi: n (t) وGi: n (t) cdfs از Xi هستند: nو Yi: n به ترتیب. ب
ا توجه به F (t) = B 1

i، n i + 1 (Gi: n (t))، t ≥ 0، where Bi، n i + 1 (t) cdf توزیع بتا با پارامترهای iو (ni + 1) t) = G
(t) برای همه t ≥ 0. به این گونه است و نتیجه مورد نظر ثابت میشود.((G (t) = B 1 ،n i + 1 (Fi: n (t

$$\frac{\mathrm{d}r_{X_{i:n}}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}J_t(X_{i:n}) - 2r_{X_{i:n}}(t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}J_t(X_{i:n})}{r_{X_{i:n}}(t) + 2J_t(X_{i:n})}.$$

برای پایان دادن به این بخش، ما ویژگی های جدید توزیع چندگانه را از لحاظ اکستروپی باقی مانده از آمار مرتبه اول مرتب می کنیم. اثبات شبیه قضیه 2.9 است و از این رو، با توجه به اینکه rX1: n (t) = nrX (t) برای ه
مه t ≥ 0 حذف شده است.

قضیه 3.9. :اجازه دهیم Xیک متغیر تصادفی با نرخ شکست rXباشد. اگر Jt (X1: n) = krX (t) برای تمام t ≥ 0، باشد، kیک ثابت غیر منفی خواهد بود. سپس Xدارای 2 است

(1) یک توزیع دامنه محدود فقط k> n / 4، 3 است

(2) یک توزیع نمایشی محدود به k = n / 4، است

(3) توزیع پارتو محدود به k <n / 4است.

3.3. نتیجه و بحث بیشتر:

با توجه به آمار I (1)، آمار و ارقام مرتبه Iمی تواند به عنوان اولین مرتبه آماری از یک توزیع باقی مانده مشاهده شود. بنابراین، ما دو نتیجه ذیل داریم:

نتیجه 3.10. اگر Xدارای pdf fدر [0، ∞] باشد، پس:

$$X^t_{1:(n-i+1)} \stackrel{d}{=} \min\{X_{1;\,t}, X_{2;\,t}, \ldots, X_{(n-i+1);\,t}\} \stackrel{d}{=} X_{1:(n-i+1);\,t}.$$

اثبات با پیشنهاد 2.1

Huو (2005) Zhuang، این بودکه [Xi: n X (i 1): n | X (i 1): n = t] d = X t1: (n i + 1)به این گونه است ،جایی که X t1 : (n i + 1)اولین مرتبه آماری در نمونه ای از اندازه (ni + 1)ازتوزیع = Ft (x) 1 ⁻F (t + x) / ⁻F (t)، x ≥ 0، .t ≥ 0با توجه به (3.2) ما بیشتر داریم:

$$J_t(X_{1:n}) = -\frac{n^2}{2\bar{F}^{2n}(t)} \int_0^1 (1-u)^{2n-2} \left[\frac{dF^{-1}(u)}{du}\right]^{-1} 1(u \ge F(t))\, du,$$

نتیجه 3.11. X d = Yا برای تمام t ≥ 0و 2 ≥ ≥ n، J (Xi: n X (i 1): n | X (i 1): n = t) = Jاست) Yi: n Y (I 1): n | Y (i 1): n = t).

علاوه بر این، توصیف نتایج در این مقاله ممکن است در آزمایش خوبی استفاده شود. فرض کنیدX1، . . Xnبه صورت نمونه های تصادفی اندازه nاز جمعیت با پی دی اف ناشناخته می باشد. ما می خواهیم فرض H0: F (x) = F0 (x)را برای همه x ≥ 0، H1: F (x)/= F0 (x)برای برخی x ≥ 0، جایی که F0 (x) = 1 e λx، λ> 0، x ≥ 0.قرار دهیم،برای این آزمون این است که توزیع نمایشی نقش مهمی در نظریه قابلیت اطمینان دارد. بنابراین، طبق قضیه 3.9،

مسائل مربوط به تناسب معادل آزمون فرض صفر است: H0: Jt (X1: n) + nλ / 4 = 0برای همه t ≥ 0، در برابر H1: Jt (X1: n) + nλ / 4/= 0برای برخی t ≥ 0.به این گونه است،پس به یاد بیاورید که برآورد حداکثر احتمال برای پارامتر λ n / Σni = 1Xiاست. اگر برآورد خوبی داشته باشیم ، می گویند Jt (X1: n)، مقادیر بزرگ Jt (X1: n) + n2 / (4Σni = 1Xi)را می توان به عنوان نشانه ای از عدم انطباق پذیری واین فرضیه صفر را رد کنیم.

$$\hat{J}_t(X_{1:n}) = -\frac{n^2}{2[1-\hat{F}(t)]^{2n}} \sum_{i=1}^{k} \left[\left(1-\frac{i}{k+1}\right)^{2n-2} \frac{2m}{k^2(X_{i+m:k}-X_{i-m:k})} 1\left(\frac{i}{k+1} \ge \hat{F}(t)\right)\right],$$

تقدیر و تشکر:

ما از ویرایشگر و سه داور ناشناس برای نظرات سازنده خود ابراز تشکر می کنیم، که نمایش را بهبود بخشیدند. ای
ن کار توسط NNSFاز چین (Nos: 11371340، 11471303) و برنامه اصلی دانشگاه (Xinhuaشماره 2
017 (rw002پشتیبانی شد.

References

Asadi, M., Ebrahimi, N., 2000. Residual entropy and its characterizations in terms of hazard function and mean residual life function. Statist. Probab. Lett. 49, 263–269.
Baratpour, S., 2010. Characterizations based on cumulative residual entropy of first order statistics. Comm. Statist. Theory Methods 39, 3645–3651.
Baratpour, S., Ahmadi, J., Arghami, N.R., 2007. Some characterizations based on entropy of order statistics and record values. Comm. Statist. Theory Methods 36, 47–57.

Baratpour, S., Ahmadi, J., Arghami, N.R., 2008. Characterizations based on Rényi entropy of order statistics and record values. J. Statist. Plann. Inference 138, 2544–2551.
David, H.A., Nagaraja, H.N., 2003. Order Statistics, third ed.. Wiley, New York.
Ebrahimi, N., 1996. How to measure uncertainty in the residual lifetime distribution. Sankhyā Ser. A 58, 48–56.
Furuichi, S., Mitroi, F.C., 2012. Mathematical inequalities for some divergences. Physica A 391, 388–400.
Gneiting, T., Raftery, A.E., 2007. Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. J. Amer. Statist. Assoc. 102, 359–378.
Gupta, R.C., Kirmani, S.N.U.A., 1998. On the proportional mean residual life model and its implications. Statistics 32, 175–187.
Gupta, R.C., Kirmani, S.N.U.A., 2008. Characterizations based on conditional mean function. J. Statist. Plann. Inference 138, 964–970.
Gupta, R.C., Taneja, H.C., Thapliyal, R., 2014. Stochastic comparisons based on residual entropy of order statistics and some characterization results. J. Stat. Theory Appl. 13, 27–37.
Hu, T., Zhuang, W., 2005. Stochastic properties of p-spacings of generalized order statistics. Probab. Engrg. Inform. Sci. 19, 257–276.
Lad, F., Sanfilippo, G., Agrò, G., 2015. Extropy: complementary dual of entropy. Statist. Sci. 30, 40–58.
Park, S., 1999. A goodness-of-fit test for normality based on the sample entropy of order statistics. Statist. Probab. Lett. 44, 359–363.
Qiu, G., 2017. The extropy of order statistics and record values. Statist. Probab. Lett. 120, 52–60.
Shaked, M., Shanthikumar, J.G., 2007. Stochastic Orders. Springer, New York.
Shannon, C.E., 1948. A mathematical theory of communication. Bell Syst. Tech. J. 27, 379–432.
Vontobel, P.O., 2013. The Bethe permanent of a nonnegative matrix. IEEE Trans. Inform. Theory 59, 1866–1901.