



ارائه شده توسط :

سایت ترجمه فا

مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده

از نشریات معتربر

رفتار امتناعی توازن در سیستم صف بندی Geo/Geo/1 با چندین بیکاری

چکیده

در این مقاله رفتار توازن مشتریان را در سیستم صف بندی Geo/Geo/1 تحت چندین سیاست تعطیلی (بیکاری) بررسی می شود. سرور به محض اینکه سیستم خالی می شود، چندین بار برای بیکار شدن (تعطیلی) کار را رها می کند. مشتریان برای خود تصمیم می گیرند که آیا به هم ملحق شوند یا از هم جدا شوند، که معقول تر از نقطه نظر کلاسیک در نظریه صف بندی است. رفتار مشتری متعادل تحت چهار مورد در نظر گرفته شده است: کاملاً قابل مشاهده (عینی)، تقریباً قابل مشاهده، تقریباً غیر قابل مشاهده، و کاملاً غیر قابل مشاهده، که تمام سطوح اطلاعات را پوشش می دهند. بر مبنای ساختار پاداش - هزینه، ما استراتژی های امتناع توازن را در تمام موارد بدست می آوریم. به علاوه، رفتار سیستم ساکن (ایستا) تحلیل شده است و انواع مختلف مقیاس های عملکرد تحت استراتژی های متناظر توسعه یافته اند. در نهایت، ما چندین آزمایش عددی ارائه می کنیم که تأثیر سطح اطلاعات و همچنین وجود چندین پارامتر را روی رفتار توازن و نفع اجتماعی نشان می دهند. نتایج مطالعه نه تنها به مشتریان استراتژی ها بھینه را ارائه می کنند بلکه علاوه بر این به مدیران منبع خوبی برای بحث در مورد مسئله قیمت دهی در سیستم صف بندی ارائه می دهند.

کلید واژه ها: اقتصاد صف، چندین بیکاری، استراتژی های امتناع توازن، توزیع ایستا، مزایای اجتماعی، روش راه حل ماتریس هندسی

- 1 - مقدمه

به دلیل کاربردهای گسترده برای مدیریت در سیستم خدمات و تجارت الکترونیک، گرایش رو به رشدی در مورد مطالعه رفتار مشتریان در مدل های صف بندی پدیدار شده است. در این مدل ها، به مشتریان اجازه داده می شود تا تصمیم بگیرند که آیا ملحق شوند یا جدا شوند، اولویت خریداری کنند یا نه و غیره، که به

تشریح مدل های صفتی بندی حساس تر است. از قدیم، سیستم های صفتی بندی به مدل قابل مشاهده و غیر قابل مشاهده تقسیم می شده اند و این در رابطه با این بوده که آیا اطلاعات طول صفت قبل از انجام اقدامات آنها برای مشتریان موجود است یا نه. سیستم صفتی بندی قابل مشاهده اولین باز توسط Naor تحلیل شد، که تعادل و استراتژی های بهینه را در صفت $M/M/1$ با ساختار پاداش - هزینه خطی ساده مورد مطالعه قرار داد. پس از آن، مدل Naor و نتایج او در چندین مقاله بسط یافتند، به عنوان نمونه مشاهده کنید که Frank و Chen با فرض اینکه هم مشتریان و هم سرور بهره مدل Naor تعمیم یافته وری کاسته شده مورد انتظار خود را با استفاده از نرخ نزول معمول به حداکثر می رسانند، تعمیم داده اند. Erlichman و Hassin در مورد صفت اولویتی بحث کردند که در آن مشتریان گزینه سبقت گرفتن از برخی یا تمام مشتریان را داشته اند. از طرف دیگر، Hildebrand و Edelson مقاله پیشگامی در مورد صفت غیر قابل مشاهده ای نوشته اند که در آن ویژگی های صفت $M/M/1$ غیر قابل مشاهده ابتدایی کشف شده اند. Littlechild در مورد قدرتمندی نتیجه اصلی Edelson و Hildebrand بحث کرده است، که بیشینه گرسود هزینه پذیرانه بهینه اجتماعی را انتخاب می کند، و این زانی است که یک تابع سودمندی خطی حذف شده باشد. Balachandran مدل $G/G/1$ غیر قابل مشاهده ای را با هزینه ثابت اجرای وسائل خدمت رسانی در نظر گرفته است. متعاقباً، چندین نویسنده استراتژی های موازنی ای را در چندین مدل غیر قابل مشاهده بررسی کرده اند که چند مشخصه متنوع را مشارکت می دهد. نتایج اصلی این موضوع هم در سیستم قابل مشاهده و هم در سیستم غیر قابل مشاهده در مونوگراف جامع Haviv و Hassin مشاهده می شود.

سیستم های صفتی زمان گسسته با تعطیلی ها به طرز گستردگی ای در گذشته مورد مطالعه قرار گرفته اند و این به دلیل کاربرد گستردگی آنها در ارتباط دیجیتال و شبکه های مخابراتی است. مطالعه عالی و کامل در مورد مدل های تعطیلی زمان گسسته توسط Takagi و Zhang تحلیل تفصیلی

صف Geo/G/1 را با چندین تعطیلی سازگار ارائه کرده اند و پس از آن در کار Tian و Zhang با صف GI/Geo/1 با چندین تعطیلی و خدمات جامع ارتباط داریم. اخیراً، Samanta و همکارانش و Tang و همکارانش در مورد صف تعطیلی Geo^x/G/1 زمان گستته با مشخصه های متفاوت تحقیق کردند.

از تحقیقاتی که در مورد رفتار مشتری متعادل در مدل های صف تعطیلی انجام شدند، اولین مورد توسط Economou و Burneta انجام شد، که هر دو موارد قابل مشاهده و غیر قابل مشاهده در صف استراتژی های سرویس با زمان های تنظیم را کاوش نمودند. پس از آن، Economou و Kanta Markovian تک سرویس را در صف تک سرویس قابل مشاهده با از کار افتادگی ها و تعمیرات تحلیل کردند. اخیراً Sun و همکارانش رفتار تعادل مشتریان را در صف M/M/1 قابل مشاهده تحت سیاست های تعیین / توقف غیر مستعد و وقفه پذیر در نظر گرفتند. Economou و همکارانش تحلیل انجام شده برای صف های تقریباً غیر قابل مشاهده و کاملاً غیر قابل مشاهده را در مورد غیر Morkovian بسط دادند. Liu و همکارانش استراتژی های آستانه تعادل را در صف های قابل مشاهده تحت سیاست تعطیلی مورد مطالعه قرار دادند. اما، هیچ کاری در رابطه با رفتار امتناع تعادل در صف های زمان گستته رفتار امتناع تعادل در صف های زمان گستته با چندین تعطیلی انجام نشده بود.

در مقاله حاضر ما استراتژی های امتناع تعادل را در صف Geo/Geo/1 زمان گستته با چندین تعطیلی تحلیل می کنیم. تا آنجا که نویسندها این مقاله می دانند، این اولین بار است که سیاست چند تعطیلی در اقتصاد صف ها معرفی شده است. مسئله غامض مشتری این است که آیا به سیستم ملحق شود یا از آن دوری نماید. آنها بر مبنای ساختار پاداش - هزینه طبیعت تصمیم گیری می کنند، که میل آن به سرویس گرفتن و همچنین عدم رضایت آنها برای منظر ماندن را مشارکت می دهد. ما چندین مورد را با توجه به سطح اطلاعات موجود برای مشتریات تا زمان ورود کاوش می نماییم. خصوصاً، در وهله ورود یک مشتری ممکن است یا ممکن نیست تعداد مشتریان حاضر و یا در حالت سرور را بداند. بنابراین، چهار تلفیق پدیدار

می شوند، که از اطلاعات کامل گرفته تا بدون اطلاعات می باشد. در هر یک از چهار مورد ما در مورد استراتژی های توازن مشتری بحث می کنیم، رفتار ایستای سیستم متناظر را تحلیل می کنیم و مزیت اجتماعی توازن را برای تمام مشتریان بدست می آوریم. به علاوه، چندین آزمایش عددی برای کاوش اثر سطح اطلاعات و همچنین چندین پارامتر روی رفتار توازن و مزیت اجتماعی ارائه می نماییم.

این مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است. در بخش 2، شرح مدل و ساختار پاداش - هزینه را ارائه می کنیم. در بخش 3 در مورد صفات قابل مشاهده ای بحث می کنیم که در آن مشتریان طول صفات را مشاهده می کنند. ما استراتژی های آستانه توازن را تعیین می کنیم و رفتار ایستای سیستم ایستای منتجه را تحلیل می نیم. سپس در بخش 4 صفات غیر قابل مشاهده ای را بررسی می کنیم که در آن مشتریان در مورد طول صفات اطلاعاتی ندارند. ما استراتژی های موازن ترکیبی متناظر را مشتق می کنیم و رفتار ایستای مدل های تقریباً قابل مشاهده ای کاملاً قابل مشاهده را بررسی می نماییم. در بخش 5، در مورد تأثیر سطح اطلاعات روی رفتار توازن و مزیت اجتماعی از طریق مقایسه عددی و تحلیلی شرح می دهیم. در نهایت، در بخش 6، نتیجه گیری لازم را انجام می دهیم.

2- شرح مدل

ما سیستم صفات بندی منفرد را با چندین تعطیلی در نظر می گیریم. سرور در پایان هر دوره کاری سریعاً تعطیلی دریافت می کند. اگر سیستم باز هم خالی باشد به محض بازگشت از تعطیلی، تعطیلی دیگری می گیرد و به همین صورت. در این مقاله، برای هر عدد حقیقی $x \in [0, 1]$ ، داریم $\bar{x} = 1 - x$.

فرض کنید که ورود مشتریان در پایان شکاف $t = n^-$, $n = 0, 1, \dots$ رخ می دهد. زمان میان ورود ها مستقل هستند و دنباله های دارای توزیع یکسان پس از توزیع هندسی با نرخ p می باشند.

$$P(T = k) = p\bar{p}^{k-1}, \quad k \geq 1, \quad 0 < p < 1, \quad \bar{p} = 1 - p.$$

آغاز سرویس و پایان سرویس در نقطه تقسیم شکاف $t = n$, $n = 0, 1, \dots$ رخ می دهد. زمان های سرویس از یکدیگر متفاوتند و دارای توزیع هندسی با نرخ μ هستند.

$$P(S = k) = \mu\bar{\mu}^{k-1}, \quad k \geq 1, \quad 0 < \mu < 1, \quad \bar{\mu} = 1 - \mu.$$

آغاز و پایان تعطیلی در وله ای رخ می دهد که مشابه با شکل گیری $t = n^-$ است. زمان تعطیلی متغیر تصادفی دارای توزیع یکسان و مستقل است که از توزیع هندسی با نرخ θ متابعت می کند.

$$P(V = k) = \theta\bar{\theta}^{k-1}, \quad k \geq 1, \quad 0 < \theta < 1, \quad \bar{\theta} = 1 - \theta.$$

ما فرض را بر این می گذاریم که زمان های میان ورودها، زمان های سرویس، و زمان هی تعطیلی متقابلاً مستقل هستند. سیستم صفت بندی از ترتیب سرویس دهی اول آمده اول خدمات دریافت می کند (FCFS) پیروی می کند. به علاوه، فرض بر این است که سیستم ها پایا در نظر گرفته شده اند. نرخ خدمات از نرخ ورود فراتر می رود به گونه ای که سرور می وتواند تمام ورودهای را اصلاح نماید.

اجازه دهید L_n تعداد مشتریان در صف در زمان n^+ باشد. طبق فرضیه بالا، مشتری که خدمت رسانی به او خاتمه می یابد و در $t = n^-$ سیستم را ترک می کند روی L_n حساب نمی کند در حالی که ورودها در $t = n^+$ باید روی L_n حساب کنند. ما فرض را بر این می گذاریم که

$J_n = 0$ ، سیستم در دوره تعطیلی در زمان n^+ است.

1 ، سیستم در دوره سرویس در زمان n^+ است.

واضح است که $\{L_n, J_n\}$ زنجیره Markov با فضای حالت است

$$\Omega = \{(k,j) | k \geq j, j = 0, 1\},$$

که در آن حالت، $(k, 0), k \geq 0$ نشان می دهد که سیستم در دوره تعطیلی است و k مشتری وجود دارند؛

حالت $(k, 1), k \geq 1$ نشان می دهد که سیستم مشغول است و k مشتری وجود دارند. به علاوه، ما چهار

مورد را بسته به اطلاعات ارائه شده برای مشتریان قبل از تصمیم گیری تمیز داده ایم، که تمام سطوح اطلاعاتی را پوشش می دهد.

مورد کاملاً قابل مشاهده: مشتریان (L_n, J_n) را مشاهده می کنند؛

مورد تقریباً قابل مشاهده: مشتریان تنها L_n را مشاهده می کنند؛

مورد تقریباً غیر قابل مشاهده: مشتریان تنها J_n را مشاهده می کنند؛

مورد کاملاً غیر قابل مشاهده: مشتریان حالت سیستم را مشاهده نمی کنند.

مورد جالب توجه ما در رفتار مشتریان زمانی است که تصمیم می گیرند به سیستم ملحق شوند یا در نمونه ورود خود از آن امتناع نمایند. فرض کنید که S_e زمان توقف موقتی میانگین مشتری در حالت تعادل باشد و B_e سود خالص مورد انتظار باشد. برای نذلسازی فرایند تصمیم، ما فرض می کنیم که هر مشتری پاداش R واحدی برای تکمیل سرویس دریافت می کند. این می تواند بازتاب دهنده رضایت او و ارزش افزوده خدماتی باشد که به او ارائه شده است. از طرف دیگر، هزینه انتظار C واحد به ازای واحد زمانی وجود دارد که مشتری در سیستم می ماند (در صف یا در حال سرویس دهی). مشتریان بی خطر هستند و سود خالص مورد انتظار خود را به حداکثر می رسانند. از الان به بعد، ما فرض می کنیم که شرایط زیر برقرار است:

$$R > \frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta}. \quad (1)$$

این شرایط اطمینان می دهد که پاداش برای خدمات از هزینه مورد انتظار برای آن مشتری که سیستم را خالی می بیند، بالاتر می شود. به عبارت دیگر، پس از اینکه برای اولین بار سیستم خالی می شود، هیچ مشتری حتی وارد نخواهد شد. در نهایت، ما تأکید می کنیم که تصمیمات قطعی و غیر قابل فسخ هستند: آزمایش مجدد مشتریان امتناع ورزیده و بازگشت مشتریان وارد شده مجاز نیست.

3- تحلیل صفحه های قابل مشاهده

ما ابتدا صفحه های قابل مشاهده ای را در نظر می گیریم که در آن ها مشتریان به محض ورود خود از طول صفحه اطلاع می یابند. ما نشان می دهیم که استراتژی های امتناع توازن نوع آستانه ها وجود دارند. در صفحه کاملاً قابل مشاهده، استراتژی آستانه خالص با زوج $(L_e(0), L_e(1))$ تخصیص یافته است و به شکل " در نمونه ورود $L_n \leq L_e(J_n)$ را مشاهده کن؛ اگر (L_n, J_n) است وارد شو و در غیر اینصورت امتناع بورز" می باشد. در صفحه تقریباً قابل مشاهده، استراتژی آستانه خالص با عدد منفرد L_e اختصاص یافته است و شکل " L_n را مشاهده کن؛ اگر $L_n \leq L_e$ وارد شو و در غیر اینصورت امتناع بورز" دارد.

1-3- صفحه کاملاً قابل مشاهده

ما با مورد کاملاً مشاهده ای شروع می کنیم که در آن مشتریان رسیده به سیستم هم تعداد مشتریان حاضر را می دانند (L_n) و هم حالت سرور یعنی J_n را. در توازن، مشتری که به هنگام مشاهده حالت (j, k) به سیستم ملحق می شود، زمان توقف موقتی میانگین را دارد

$$Se = \frac{k+1}{\mu} + \frac{1-j}{\theta}.$$

از اینرو سود خالص مورد انتظار او به صورت زیر است

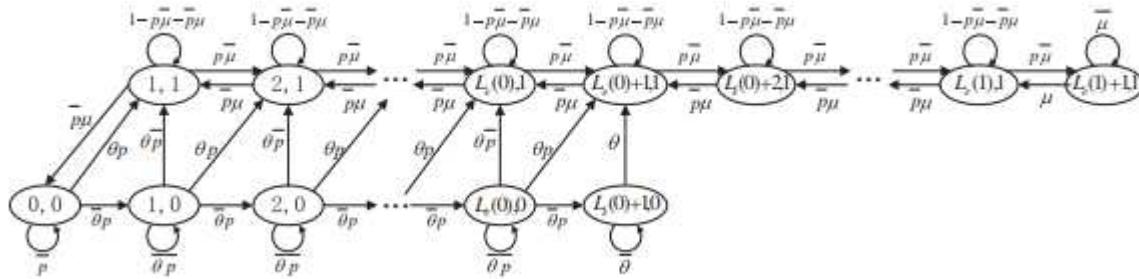
$$Be = R - \frac{C(k+1)}{\mu} - \frac{C(1-j)}{\theta}.$$

مشتری اکیداً ترجیح می دهد که د صورتی که Be مثبت است و بین ورود و امتناع (خروج) نامتفاوت است و اگر مساوی صفر است وارد شود. از اینرو ما قضیه زیر را نتیجه می گیریم.

قضیه 1-3- در صف Geo/Geo/1 کاملاً قابل مشاهده با چندین تعطیلی، آستانه های زیر وجود دارند:

$$(L_e(0), L_e(1)) = \left(\left\lfloor \frac{R\mu}{C} - \frac{\mu}{\theta} \right\rfloor - 1, \left\lfloor \frac{R\mu}{C} \right\rfloor - 1 \right) \quad (2)$$

به گونه ای که استراتژی " $L_n \leq L_e(J_n)$ " را مشاهده کن، اگر (L_n, J_n) است وارد شو، و در غیر اینصورت امتناع کن " موازنه منحصر بفردی در رده استراتژی های آستانه ای است.



شکل 1- دیاگرام نرخ تغییر برای استراتژی آستانه $(L_e(0), L_e(1))$ در صف کاملاً قابل مشاهده

تذکر 2 . $L_e(0)$ زمانی آستانه است که مشتری رسیده سیستم را در دوره تعطیلی می یابد و $L_e(1)$ زمانی آستان است که در دره مشغولی منظمی قرار دارد. ما $Be > 0$ را از شرط $L_e(0) < L_e(1)$ زمانی بدست می آوریم که 1 به ترتیب 0 و 1 است. نماد \square نشان دهنده رند کردن به سمت پایین است.

برای تحلیل ایستای سیستم، توجه کنید که اگر تمام مشتریان از استراتژی آستانه در (2) پیروی کنند، سیستم

از زنجیره Markov با فضای حالت محدود به

پیروی می کند. دیاگرام نرخ تغییر (گذر) در $\Omega_{f_0} = \{(k, 0) | 0 \leq k \leq L_e(0) + 1\} \cup \{(k, 1) | 1 \leq k \leq L_e(1) + 1\}$

شکل 1 به تصویر کشیده شده است. احتمالات تغییر تک مرحله ای (L_n, J_n) به شرح زیر هستند:

مورد 1: اگر $X_n = (0, 0)$ است،

\bar{p}_0 با احتمال p_0 $= X_{n+1}$

$\bar{\theta}p_0$ با احتمال p_0

θp_1 با احتمال p_1

مورد 2: اگر $X_n = (k, 0), 1 \leq k \leq L_e(0)$ است،

$\bar{\theta}\bar{p}_k$ با احتمال p_k $= X_{n+1}$

$\theta\bar{p}_k$ با احتمال p_k

$\bar{\theta}p_{k+1}$ با احتمال p_{k+1}

θp_{k+1} با احتمال p_{k+1}

مورد 3: اگر $X_n = (L_e(0) + 1, 0)$ است،

$$\bar{\theta} \quad \text{با احتمال } L_e(0) + 1, 0 \quad = X_{n+1}$$

θ با احتمال k) و 1)

مورد 4: اگر $X_n = (1, 1)$ است،

$$\bar{p}\mu \quad \text{با احتمال } 0, 1 \quad = X_{n+1}$$

$1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu$ با احتمال 1 و 0)

$p\bar{\mu}$ با احتمال 2 و 1)

مورد 5: اگر $X_n = (k, 1), 2 \leq k \leq L_e(1)$ است،

$$\bar{p}\mu \quad \text{با احتمال } k-1, 1 \quad = X_{n+1}$$

$1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu$ با احتمال k و 1)

$p\bar{\mu}$ با احتمال $k+1$ و 1)

مورد 6: اگر $X_n = (L_e(1) + 1, 1)$ است،

$$\mu \quad \text{با احتمال } L_e(1), 1 \quad = X_{n+1}$$

با احتمال $\bar{\mu}$ $(L_e(1) + 1, 1)$.

بر مبنای تحلیل موقعیت گذر تک مرحله‌ای، با استفاده از دنباله واژه نگاری برای حالات، ماتریس احتمال تغییر

(گذر) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} B_0 & A_0 \\ B_1 & A_1 & C_1 \\ B_2 & A_1 & C_1 \\ \ddots & \ddots & \ddots \\ B_2 & A_1 & C_1 \\ B_2 & A_2 & C_2 \\ B_3 & A_3 & C_3 \\ B_4 & A_3 & C_3 \\ \ddots & \ddots & \ddots \\ B_4 & A_3 & C_3 \\ B_5 & A_4 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

که در آن

$$\begin{aligned} B_0 &= \bar{p}, \quad A_0 = (\bar{\theta}p, \theta p), \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{p}\mu \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} \bar{\theta}\bar{p} & \theta\bar{p} \\ 0 & 1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \bar{\theta}p & \theta p \\ 0 & p\bar{\mu} \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{p}\mu \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} \bar{\theta} & \theta \\ 0 & 1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ p\bar{\mu} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۶

$$B_3 = (0, \bar{p}\mu), \quad A_3 = 1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu, \quad C_3 = p\bar{\mu}, \quad B_4 = \bar{p}\mu, \quad A_4 = \bar{\mu}, \quad B_5 = \mu.$$

است.

اجازه دهید (J_n, L_n) کران ایستایی (L_n, J_n) باشند و توزیع آن به صورت زیر باشد:

$$\begin{aligned}\pi_{kj} &= P\{L = k, J = j\}, \quad (k, j) \in \Omega_f \\ \pi_k &= \begin{cases} \pi_{00}, & k = 0, \\ (\pi_{k0}, \pi_{k1}), & 1 \leq k \leq L_e(0) + 1, \\ \pi_{k1}, & L_e(0) + 2 \leq k \leq L_e(1) + 1. \end{cases} \\ \boldsymbol{\pi} &= (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{L_e(1)+1}).\end{aligned}$$

ما برای توزیع ایستای π_{kj} با اشاره به این نکته که بردار $\boldsymbol{\pi}$ معادله $\boldsymbol{\pi}\tilde{\mathbf{P}} = \boldsymbol{\pi}$ را برقرار می‌کند مسئله را حل می‌کنیم و سیستم معادلات حالت ایستای زیر را داریم:

$$\pi_{00} = \bar{p}\pi_{00} + \bar{\mu}\mu\pi_{11}, \quad (4)$$

$$\pi_{k0} = \theta p\pi_{k-1,0} + \bar{\theta}\bar{p}\pi_{k0}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, L_e(0), \quad (5)$$

$$\pi_{L_e(0)+1,0} = \bar{\theta}\bar{p}\pi_{L_e(0),0} + \bar{\theta}\pi_{L_e(0)+1,0}, \quad (6)$$

$$\pi_{11} = \theta p\pi_{00} + \bar{\theta}\bar{p}\pi_{10} + (1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu)\pi_{11} + \bar{p}\mu\pi_{21}, \quad (7)$$

$$\pi_{k1} = \theta p\pi_{k-1,0} + p\bar{\mu}\pi_{k-1,1} + \bar{\theta}\bar{p}\pi_{k0} + (1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu)\pi_{k1} + \bar{p}\mu\pi_{k+1,1}, \quad k = 2, 3, \dots, L_e(0), \quad (8)$$

$$\pi_{L_e(0)+1,1} = \theta p\pi_{L_e(0),0} + p\bar{\mu}\pi_{L_e(0),1} + \theta\pi_{L_e(0)+1,0} + (1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu)\pi_{L_e(0)+1,1} + \bar{p}\mu\pi_{L_e(0)+2,1}, \quad (9)$$

$$\pi_{k1} = p\bar{\mu}\pi_{k-1,1} + (1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu)\pi_{k1} + \bar{p}\mu\pi_{k+1,1}, \quad k = L_e(0) + 2, \dots, L_e(1) - 1, \quad (10)$$

$$\pi_{L_e(1),1} = p\bar{\mu}\pi_{L_e(1)-1,1} + (1 - p\bar{\mu} - \bar{p}\mu)\pi_{L_e(1),1} + \mu\pi_{L_e(1)+1,1}, \quad (11)$$

$$\pi_{L_e(1)+1,1} = \bar{p}\bar{\mu}\pi_{L_e(1),1} + \bar{\mu}\pi_{L_e(1)+1,1}. \quad (12)$$

را تعریف کنید. از این‌رو $\alpha = \frac{p\bar{\mu}}{\bar{p}\mu}$, $\beta = \frac{\bar{\theta}\bar{p}}{1 - \theta p}$. است.

با تکرار (5) و (10)، و با در نظر گرفتن (6)، (11) و (12)، به معادلات زیر می‌رسیم:

$$\pi_{k0} = \beta^k \pi_{00}, \quad k = 1, 2, \dots, L_e(0), \quad (13)$$

$$\pi_{L_e(0)+1,0} = \frac{1 - \bar{\theta}\bar{p}}{\theta} \beta^{L_e(0)+1} \pi_{00}, \quad (14)$$

$$\pi_{k1} = \alpha^{k-L_e(0)-1} \pi_{L_e(0)+1,1}, \quad k = L_e(0) + 2, \dots, L_e(1), \quad (15)$$

$$\pi_{L_e(1)+1,1} = \bar{p}\alpha^{L_e(1)-L_e(0)} \pi_{L_e(0)+1,1}. \quad (16)$$

از (8) مشاهده می‌کنیم که راه حلی برای معادله تفاوت خطی غیرهمگن با ضرایب ثابت

است

$$\bar{p}\mu x_{k+1} - (p\bar{\mu} + \bar{p}\mu)x_k + p\bar{\mu}x_{k-1} = -\theta p\pi_{k-1,0} - \bar{\theta}\bar{p}\pi_{k0} = -\frac{\theta}{\bar{\theta}}\beta^k \pi_{00}, \quad k = 2, 3, \dots, L_e(0), \quad (17)$$

که در آن آخرین معادله به دلیل وجود (13) حاصل شده است. با استفاده از مشی استاندارد برای حل چنین

معادلاتی، معادله مشخصه متناظر را در نظر می‌گیریم.

$$\bar{p}\mu x^2 - (p\bar{\mu} + \bar{p}\mu)x + p\bar{\mu} = 0,$$

که دو ریشه در ۱ و α دارد. بنابراین راه حل عمومی نسخه همگن (17) به صورت $x_k^{hom} = A1^k + B\alpha^k$ است.

راه حل عمومی $x_k^{gen} = x_k^{hom} + x_k^{spec}$ (17) به صورت x_k^{gen} داده شده است که در آن راه حل

اختصاصی (17) استو چون بخش غیرهمگن (17) با پارامتر β هندسی است، می توانیم راه حل خاص $D\beta^k$ را

بیابیم. با جایگزین کردن $x_k^{gen} = D\beta^k$ در (17) داریم:

$$D = \frac{1 - \bar{\theta}\bar{p}}{\bar{\theta}\bar{p} - \bar{\mu}}\pi_{00}. \quad (18)$$

از اینرو راه حل عمومی (17) به صورت زیر داده شده است:

$$x_k^{gen} = A1^k + B\alpha^k + D\beta^k, \quad k = 1, 2, \dots, L_e(0) + 1, \quad (19)$$

که در آن D با (18) داده شده است و A و B باید تعیین شوند.

از (19) برای $k=1$ داریم:

$$A + B\alpha + D\beta = \pi_{11} = \frac{p}{\bar{p}\mu}\pi_{00}. \quad (20)$$

به علاوه، با جایگزین کردن (19) در (7) برای $k=2$ از جبر خسته کننده نسبی متابعت می کند که

$$A + B\alpha^2 + D\beta^2 = \pi_{21} = \frac{p^2(p\bar{\mu} + \bar{p}\mu\bar{\theta} + \bar{p}\theta\bar{\mu})}{(\bar{p}\mu)^2(1 - \bar{\theta}\bar{p})}\pi_{00}. \quad (21)$$

با حل سیستم (2) و (21) داریم

$$A = 0, \quad B = \frac{-\theta - \bar{\theta}\bar{p}}{\mu - \theta - \bar{\theta}\bar{p}}\pi_{00}.$$

بنابراین از (19) داریم

$$\pi_{k1} = \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} (\beta^k - \alpha^k) \pi_{00}, \quad k = 1, 2, \dots, L_e(0) + 1. \quad (22)$$

از اینرو ما تمام احتمالات ایستا را بر حسب π_{00} در روابط در (13) – (16) و (22) نشان داده ایم. احتمال

باقیمانده π_{00} را می توان از معادله نرمال سازی زیر بدست آورد

$$\sum_{k=0}^{L_e(0)+1} \pi_{k0} + \sum_{k=1}^{L_e(1)+1} \pi_{k1} = 1.$$

پس از چند ساده سازی جبری، می توانیم تمام احتمالات ایستا را در قضیه زیر شرح دهیم.

قضیه 2-3- یک صف 1 Geo/Geo کاملاً قابل مشاهده با چندین تعطیلی و $x \neq \beta$ را در نظر بگیرید که در

آن مشتریان از سیاست آستانه $(L_e(0), L_e(1))$ ارائه شده در قضیه 1-3 متابعت می کنند. احتمالات ایستای

$\{\pi_{kj} | (k, j) \in \Omega_{f_0}\}$ به شرح زیر هستند:

$$\pi_{00} = \left\{ \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\theta} + \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left[\frac{\bar{\theta}p}{\theta} - \frac{p\bar{\mu}}{\mu - p} + \frac{p\bar{p}}{\mu - p} x^{L_e(1)+1} + \left(\frac{p\bar{\mu}}{\mu - p} - \frac{\bar{\theta}p}{\theta} - \frac{p\bar{p}}{\mu - p} x^{L_e(1)-L_e(0)} \right) \beta^{L_e(0)+1} \right] \right\}^{-1}, \quad (23)$$

$$\pi_{k0} = \beta^k \pi_{00}, \quad k = 1, 2, \dots, L_e(0), \quad (24)$$

$$\pi_{L_e(0)+1,0} = \frac{\beta^{L_e(0)+1}}{1 - \beta} \pi_{00}, \quad (25)$$

$$\pi_{k1} = \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} (\beta^k - x^k) \pi_{00}, \quad k = 1, 2, \dots, L_e(0) + 1, \quad (26)$$

$$\pi_{k1} = \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left[\left(\frac{\beta}{x} \right)^{L_e(0)+1} - 1 \right] x^k \pi_{00}, \quad k = L_e(0) + 2, \dots, L_e(1), \quad (27)$$

$$\pi_{L_e(1)+1,1} = \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left[\left(\frac{\beta}{x} \right)^{L_e(0)+1} - 1 \right] \bar{p} x^{L_e(1)+1} \pi_{00}. \quad (28)$$

چون احتمال امتناع معادل با $\pi_{L_e(0)+1,0} + \pi_{L_e(1)+1,1}$ است، وقتی تمام مشتریان از سیاست آستانه

داده شده در قضیه 1-3 پیروی کنند، مزیت اجتماعی به ازای واحد زمانی معادل با فرمول زیر

است:

$$SB_{f_0} = Rp(1 - \pi_{L_e(0)+1,0} - \pi_{L_e(1)+1,1}) - C \left(\sum_{k=0}^{L_e(0)+1} k \pi_{k0} + \sum_{k=1}^{L_e(1)+1} k \pi_{k1} \right).$$

2-3 صف تقریباً قابل مشاهده

ما پس از این مورد تقریباً قابل مشاهده را در نظر می‌گیریم، که در آن مشتریان رسیده قبل از تصمیم گیری تنها از طول صفت اطلاع دارند. از اینرو توزیع ایستای زنجیره Markovian متناظر از قضیه 2-3 با $\Omega_{ao} = \{k | 0 \leq k \leq L_e + 1\}$ و فضای حالت $L_e(0) = L_e(1) = L_e$ در شکل 2 به تصویر کشیده شده است.

قضیه 3-3- صف Geo/Go/1 تقریباً قابل مشاهده با چندین تعطیلی و $\alpha \neq \beta$ را در نظر بگیرید که در آن مشتریان از سیاست آستانه L_e پیروی می‌کنند. احتمالات ایستای $\{\pi'_k | k \in \Omega_{ao}\}$ به شرح زیر هستند:

$$\begin{aligned}\pi'_0 &= \left[\frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(\frac{\mu^2 - \mu p - \mu \bar{\theta}p}{\theta(\mu - p)} + \frac{\bar{p}\mu}{\mu - p} \alpha^{L_e+1} - \frac{\mu}{\theta} \beta^{L_e+1} \right) \right]^{-1}, \\ \pi'_k &= \left(\frac{\mu}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \beta^k - \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \alpha^k \right) \pi'_0, \quad k = 1, 2, \dots, L_e, \\ \pi'_{L_e+1} &= \left[\frac{(\mu - \theta)(\theta + \bar{\theta}p)}{\theta(\mu - \theta - \bar{\theta}p)} \beta^{L_e+1} - \frac{\bar{p}(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \alpha^{L_e+1} \right] \pi'_0.\end{aligned}$$

چون در صورتی که مشتری تصمیم به ورود به سیستم بگیرد سود خالص مورد انتظار یک مشتری که k مشتری در سیستم می‌یابد، به صورت زیر است:

$$Be = R - \frac{C(k+1)}{\mu} - \frac{C\pi_{j|L}(0|k)}{\theta}, \quad (29)$$

که در آن $\pi_{j|L}(0|k)$ ر احتمال آن است که مشتری رسیده سرور را در زمان تعطیلی بیابد، با توجه به اینکه مشتری وجود دارند. با استفاده از اشکال مختلف π_{kj} از (23) – (28) به فرمول زیر دست می‌یابیم

$$\begin{cases} \pi_{j|L}(0|k) = \left[1 + \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^k \right) \right]^{-1}, & k = 0, 1, 2, \dots, L_e, \\ \pi_{j|L}(0|L_e + 1) = \left[1 + (1 - \beta)\bar{p} \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{L_e+1} \right) \right]^{-1}. \end{cases} \quad (30)$$

در روشنای فرمول (29) و (20)، تابع زیر را معرفی می کنیم

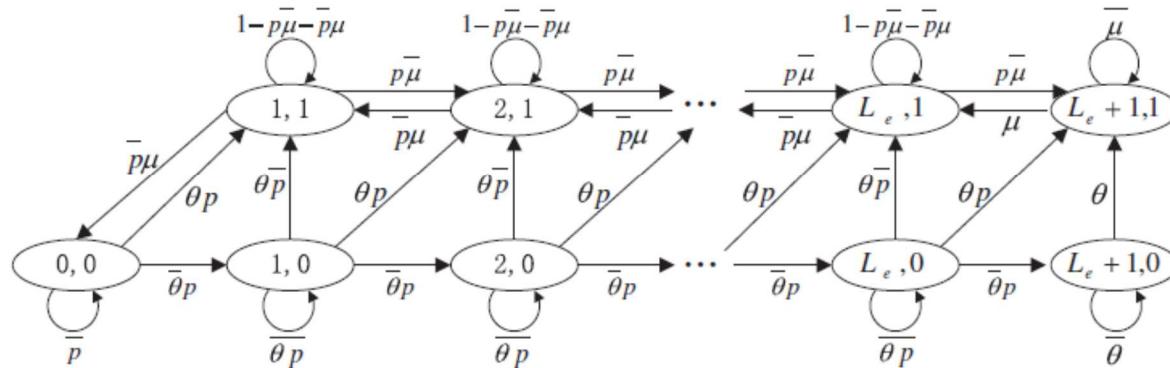
$$g(k, y) = R - \frac{C(k+1)}{\mu} - \frac{C}{\theta} \left[1 + y \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^k \right) \right]^{-1}, \quad y \in [(1-\beta)\bar{p}, 1], \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (31)$$

که به ما اجازه اثبات وجود استراتژی های آستانه های متناظر را مشتق می نماید. حال

اجازه دهد

$$g_U(k) = g(k, 1) = R - \frac{C(k+1)}{\mu} - \frac{C}{\theta} \left[1 + \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^k \right) \right]^{-1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (32)$$

$$g_L(k) = g(k, (1-\beta)\bar{p}) = R - \frac{C(k+1)}{\mu} - \frac{C}{\theta} \left[1 + (1-\beta)\bar{p} \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^k \right) \right]^{-1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (33)$$



شکل 2- دیاگرام نرخ تغییر (گذر) برای استراتژی آستانه L_e در صف تقریباً قابل مشاهده

گفتن این ساده است که

$$g_U(0) = g_L(0) = R - \frac{C}{\mu} - \frac{C}{\theta} > 0.$$

به علاوه

$$\lim_{k \rightarrow \infty} g_U(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} g_L(k) = -\infty.$$

از اینرو K_U وجود دارد به گونه ای که

$$g_U(0), g_U(1), g_U(2), \dots, g_U(k_U) > 0 \quad \text{and} \quad g_U(k_U + 1) \leq 0. \quad (34)$$

چون تابع $g(k, y)$ با توجه به y برای هر مقدار ثابت k افزایش می یابد، ما به رابطه $g_L(k_U + 1) \leq 0$ است می یابیم. بخصوص $g_L(k) \leq g_U(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ از

اینرو $k_L \leq k_U$ صادق است به گونه ای که

$$g_L(k_L) > 0 \quad \text{and} \quad g_L(k_L + 1), \dots, g_L(k_U), g_L(k_U + 1) \leq 0. \quad (35)$$

اکنون می توانیم وجود سیاست های آستانه توازن را در مورد تقریباً قابل مشاهده اثبات کنیم و قضیه زیر را اظهار نماییم.

قضیه 4-3- در صف Geo/Geo/1 تقریباً قابل مشاهده با چندین تعطیلی، تمام استراتژی های آستانه خالص L_n را مشاهده کن، اگر $L_n \leq L_e$ است وارد شو و در غیر اینصورت امتناع کن " برای استراتژی های امتناع توازن هستند.

برهان. مشتری هدف گذاری شده را در زمان ورود خود در نظر بگیرید و فرض کنید تمام مشترین دیگر از همان استراتژی استانه خالص L_n را مشاهده کن، اگر $L_n \leq L_e$ است وارد شو و در غیر اینصورت امتناع کن " برای برخی از مقادیر ثابت $\pi_{\parallel L}(0|k)$ با $k \in \{k_L, k_L + 1, \dots, k_U\}$ پیروی می کنند. بنابراین با (30) داده شده است.

اگر مشتری مورد هدف $k \leq L_e$ مشتری را بباید و تصمیم به ورود به سیستم بگیرد، به دلیل درستی رابطه (29) و (34) سود خالص مورد انتظار او معادل با

$$R - \frac{C(k+1)}{\mu} - \frac{C}{\theta} \left[1 + \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^k \right) \right]^{-1} = g_U(k) > 0,$$

می باشد. بنابراین در این مورد مشتری ترجیح می دهد وارد شود.

اگر مشتری مورد هدف $k = L_e + 1$ مشتری بباید و تصمیم به ورود بگیرد، سود خالص مورد انتظار او به شرح

زیر خواهد بود:

$$R - \frac{C(L_e + 2)}{\mu} - \frac{C}{\theta} \left[1 + (1 - \beta)\bar{p} \frac{\theta + \bar{\theta}p}{\mu - \theta - \bar{\theta}p} \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{L_e+1} \right) \right]^{-1} = g_L(L_e + 1) \leq 0,$$

چون (29) – (31)، (33) و (35) صحت دارند. بنابراین مشتری ترجیح می دهد از ورود به سیستم امتناع نماید.

تذکر: استراتژی های آستانه ترکیبی تعادل وجود دارند. در قضیه 4-3، ما توجه خود را به استراتژی آستانه ESS خالص محدود می کنیم چون آنها استراتژی پایای تکاملی (ESS) هستند، در حالیکه موارد ترکیبی ESS نیستند.

چون احتمال امتناع مساوی با π'_{L_e+1} است، مزیت اجتماعی به ازای واحد زمانی، وقتی تمام مشتریان از سیاست آستانه L_e داده شده در قضیه 4-3 پیروی کنند به صورت زیر می باشد:

$$SB_{ao} = Rp(1 - \pi'_{L_e+1}) - C \left(\sum_{k=0}^{L_e+1} k \pi'_k \right).$$

4- تحلیل صفحه های غیر قابل مشاهده

در این بخش توجه خود را به صفحه های غیر قابل مشاهده معطوف می داریم، که در آنها مشتریان رسیده طول صفحه را مشاهده نمی کنند. اکنون اثبات می کنیم که استراتژی های ترکیبی توازن وجود دارند. در صفحه های تقریباً غیر قابل مشاهده، استراتژی ترکیبی با بردار $(q(0), q(1))$ که در آن (j) احتمال ملحق شدن زمانی

است که سرور در حالت j است. در صف کاملاً قابل مشاهده، که در آن مشتریان هیچ گونه اطلاعاتی ندارند، استراتژی ترکیبی با احتمال q ورود تخصیص یافته است.

1-4-1- صف تقریباً غیر قابل مشاهده

ما با مورد تقریباً غیر قابل مشاهده ای شروع می کنیم که در آن مشتریان رسیده حالت j سرور را به محض ورود مشاهده می کنند. اگر تمام مشتریان از همان استراتژی ترکیبی $(q(0), q(1))$ استفاده کنند، بنابراین سیستم از $p(j) = pq(j)$ زنجیره Markov پیروی می کند که در آن نرخ ورود، وقتی سرور در حالت j باشد، مساوی است. فضای حالت $\Omega_{au} = \{(k,j) | k \geq j, j = 0, 1\}$ در شکل 3 نشان داده شده است.

با استفاده از دنباله واژه نگاری برای حالات، می توان ماتریس احتمال گذر (تغییر) را به صورت زیر نوشت

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} B_0 & A_0 & & \\ B_1 & A_1 & C_1 & \\ & B_2 & A_1 & C_1 \\ & B_2 & A_1 & C_1 \\ & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (36)$$

که در آن

$$B_0 = \overline{p(0)}, \quad A_0 = (\overline{\theta}p(0), \theta p(0)), \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{p(1)}\mu \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \overline{p(1)}\mu \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} \overline{\theta}p(0) & \overline{\theta}p(0) \\ 0 & 1 - p(1)\overline{\mu} - \overline{p(1)}\mu \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \overline{\theta}p(0) & \theta p(0) \\ 0 & p(1)\overline{\mu} \end{bmatrix}.$$

به دلیل ساختار سه بعدی بلوکی ماتریس احتمال تغییر، $\{L_n, J_n\}$ زنجیره شبه تولد و مرگ است. اجازه دهید

حد (L,J) ایستای (L_n,J_n) باشد و توزیع آن به صورت زیر باشد

$$\begin{aligned}\pi''_{kj} &= P\{L = k, J = j\}, \quad (k, j) \in \Omega_{\text{all}}, \\ \pi''_0 &= \pi''_{00}, \quad \pi''_k = (\pi''_{k0}, \pi''_{k1}), \quad k \geq 1, \\ \boldsymbol{\pi}'' &= (\pi''_0, \pi''_1, \pi''_2, \dots).\end{aligned}$$

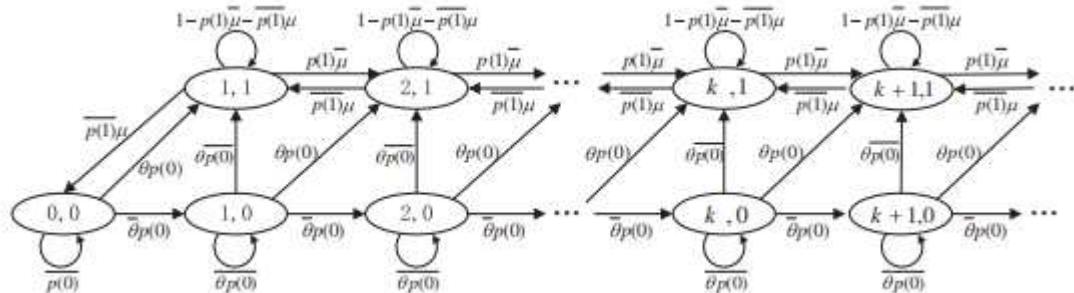
ما برای $\boldsymbol{\pi}'' \tilde{\mathbf{P}} = \boldsymbol{\pi}''$ مسئله را حل می کنیم و فرمول زیر را بدست می آوریم:

$$(\pi''_{10}, \pi''_{11}) = \left(\frac{\bar{\theta}p(0)}{1 - \bar{\theta}p(0)}, \frac{p(0)}{p(1)\mu} \right) \pi''_{00}. \quad (37)$$

با استفاده از روش راه حل ماتریس هندسی، ماتریس نرخ R به راه حل معادله درجه دوم ماتریس تبدیل می

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^2 B_2 + \mathbf{R} A_1 + C_1.$$

شود



شکل 3- دیاگرام نرخ تغییر (گذر) برای استراتژی ترکیبی $(q(0), q(1))$ در صفت تقریباً غیر قابل مشاهده پس از

چند جبر خسته کننده نسبی، ما درمی یابیم که:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \beta(0) & \frac{p(0)}{p(1)\mu} \\ 0 & \alpha(1) \end{bmatrix}, \quad (38)$$

که در آن $\beta(0) = \frac{\bar{\theta}p(0)}{1 - \bar{\theta}p(0)}$, $\alpha(1) = \frac{p(1)\mu}{p(1)\mu}$ است. از اینرو از

$$\pi''_k = (\pi''_{10}, \pi''_{11}) \mathbf{R}^{k-1}, \quad k \geq 1, \quad (39)$$

می توانیم تمام احتمال های ایستا را بر حسب π''_{00} در روابط (37) – (39) شرح دهیم. احتمال باقیمانده را می توان از معادله نرمال سازی یافت:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \pi''_{k0} + \sum_{k=1}^{\infty} \pi''_{k1} = 1.$$

پس تز چند ساده سازی جبری، می توانیم تمامی احتمالات را در قضیه زیر شرح دهیم.

قضیه 1-4-صف Geo/Geo/q را با چندین تعطیلی و $\beta(0) \neq \alpha(1)$ در نظر بگیرید که در آن مشتریان حالت j سرور را به محض ورود مشاهده می کنند و با احتمال $(j|q)$ وارد سیستم می شوند، یعنی از سیاست ترکیبی

$\{\pi''_{kj}|(k,j) \in \Omega_{au}\}$ پیروی می کنند. احتمال های ایستای $(q(0), q(1))$. به شرح زیر هستند.

$$\pi''_{00} = \frac{\theta(\mu - p(1))}{(\theta + \bar{\theta}p(0))(\mu - p(1) + p(0))}, \quad (40)$$

$$(\pi''_{10}, \pi''_{11}) = \left(\frac{\bar{\theta}p(0)}{1 - \bar{\theta}p(0)}, \frac{p(0)}{p(1)\mu} \right) \pi''_{00}, \quad (41)$$

$$(\pi''_{k0}, \pi''_{k1}) = (\pi''_{10}, \pi''_{11}) \mathbf{R}^{k-1}, \quad k \geq 1. \quad (42)$$

از قضیه 1-4 می توانیم به سادگی احتمالات بودن سرور در حالت ثابت (ایستا) را بدست آوریم.

$$P(j=0) = \sum_{k=0}^{\infty} \pi''_{k0} = \frac{\mu - p(1)}{\mu - p(1) + p(0)}, \quad (43)$$

$$P(j=1) = \sum_{k=1}^{\infty} \pi''_{k1} = \frac{p(0)}{\mu - p(1) + p(0)}. \quad (44)$$

اکنون مشتری را در نظر می گیریم که سرور را به محض ورود به سیستم در حالت j می یابد، از این رو زمان توقف موقت میانگین او به صورت زیر است

$$Se(j) = \frac{E[L^-|j] + 1}{\mu} + \frac{1-j}{\theta},$$

که در آن $E[L^-|j]$ تعداد مشتریان مورد انتظار در سیستم یافته شده با یک ورود هستند، با در نظر داشتن این مورد که سرور در حالت j یافته شده است. صود خالص مورد انتظار یک مشتری که تصمیم به ورود به سیستم می‌گیرد به صورت زیر است:

$$Be(j) = R - \frac{C(E[L^-|j] + 1)}{\mu} - \frac{C(1-j)}{\theta}. \quad (45)$$

از اینرو ما باید زمانی که تمام مشتریان از یک استراتژی ترکیبی $(q(0), q(1))$ پیروی می‌کنند، $E[L^-|j]$ را محاسبه کنیم. چون احتمال $\pi_{L|j}(k|j)$ ، که به محض ورود k مشتری در سیستم می‌یابد، با توجه به اینکه سرور در حالت j یافته می‌شود به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \pi_{L|0}(k|0) = \frac{\pi''_{k0}}{p(j=0)}, & k = 0, 1, 2, \dots, \\ \pi_{L|1}(k|1) = \frac{\pi''_{k1}}{p(j=1)}, & k = 1, 2, \dots. \end{cases} \quad (46)$$

با جایگزین کردن (40) در (46) و از (44) – (46) در می‌یابیم که

$$E[L^-|0] = \frac{\bar{\theta}p(0)}{\theta}, \quad (47)$$

$$E[L^-|1] = \frac{\bar{\theta}p(0)}{\theta} + \frac{\mu\bar{p}(1)}{\mu - p(1)}. \quad (48)$$

بنابراین مزیت اجتماعی به ازای هر واحد زمان، وقتی تمام مشتریان سیاست ترکیبی $(q(0), q(1))$ را دنبال می‌کنند، را می‌توان به سادگی به صورت زیر بدست آورد:

$$SB_{au} = p \frac{\mu - p(1)}{\mu - p(1) + p(0)} q(0) \left[R - \frac{C}{\mu} \frac{\theta + \bar{\theta}p(0)}{\theta} - \frac{C}{\theta} \right] + p \frac{p(0)}{\mu - p(1) + p(0)} q(1) \left[R - \frac{C}{\mu} \left(\frac{\theta + \bar{\theta}p(0)}{\theta} + \frac{\mu\bar{p}(1)}{\mu - p(1)} \right) \right].$$

با جایگزین کردن (47) و (48) در (45) می‌تanim استراتژی‌های موازن ترکیبی را برای مدل تقریباً غیر قابل مشاهده بدست آوریم.

قضیه 2-4- در صف Geo/Geo/1 تقریباً غیر قابل مشاهده، یک استراتژی ترکیبی منحصر بفرد

$(q_e(0), q_e(1))$ به صورت " J_n را مشاهده کن و با احتمال $q_e(J_n)$ وارد شو" که در آن بردار $(q_e(0), q_e(1))$

به صورت زیر داده شده است، وجود دارد:

Case I: $\frac{1}{\theta} < \frac{1}{\mu}$

$$(q_e(0), q_e(1)) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\theta p} \left(\frac{\mu \theta R}{C} - \mu - \theta\right), 0\right), & R \in \left(\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta}, \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta}\right), \\ (1, 0), & R \in \left[\frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta}, \frac{C}{\mu} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta}\right), \\ \left(1, \frac{\mu(Cp + 2C\theta - Cp\theta - \mu\theta R)}{p(Cp + C\theta - Cp\theta + C\mu\theta - \mu\theta R)}\right), & R \in \left[\frac{C}{\mu} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta}, \frac{C\bar{p}}{\mu - p} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta}\right), \\ (1, 1), & R \in \left[\frac{C\bar{p}}{\mu - p} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta}, \infty\right). \end{cases}$$

Case II: $\frac{1}{\mu} \leq \frac{1}{\theta} \leq \frac{\bar{p}}{\mu - p}$

$$(q_e(0), q_e(1)) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\theta p} \left(\frac{\mu \theta R}{C} - \mu - \theta\right), \frac{\mu - \theta}{\theta p}\right), & R \in \left(\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta}, \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta}\right), \\ \left(1, \frac{\mu(Cp + 2C\theta - Cp\theta - \mu\theta R)}{p(Cp + C\theta - Cp\theta + C\mu\theta - \mu\theta R)}\right), & R \in \left[\frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta}, \frac{C\bar{p}}{\mu - p} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta}\right), \\ (1, 1), & R \in \left[\frac{C\bar{p}}{\mu - p} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta}, \infty\right). \end{cases}$$

Case III: $\frac{\bar{p}}{\mu - p} < \frac{1}{\theta}$

$$(q_e(0), q_e(1)) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\theta p} \left(\frac{\mu \theta R}{C} - \mu - \theta\right), 1\right), & R \in \left(\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta}, \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta}\right), \\ (1, 1) & R \in \left[\frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta}, \infty\right). \end{cases}$$

برهان. مشتری مورد هدفی را در نظر بگیرید که سرور را به محض ورود در حالت 0 می یابد. اگر تصمیم به ورود

به سیستم بگیرد، سود خالص مورد انتظار او به صورت زیر است:

$$Be(0) = R - \frac{C(E[L^-|0] + 1)}{\mu} - \frac{C}{\theta} = R - \frac{C(\theta + \bar{\theta}p(0))}{\mu \theta} - \frac{C}{\theta}.$$

بنابراین دو مورد داریم:

$$Be(0) \leq 0 \text{ i.e. } \frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta} < R \leq \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu \theta} + \frac{C}{\theta} : 1 \text{ مورد}$$

در این مورد اگر تمام مشتریانی که سیستم را خالی بیابند با احتمال $q_e(0) = 1$ وارد شوند، بنابراین مشتری مورد هدف از سود مورد انتظار منفی، در صورت تصمیم به ورود، متضرر می‌شود. از این‌رو $q_e(0) = 1$ منجر به ایجاد تعادل (موازنۀ نمی‌شود. مشابه‌اً، اگر تمام مشتریان از $q_e(0) = 0$ استفاده کنند، بنابراین مشتری مورد هدف سود مثبتی از ورود بدست می‌آورد. از این‌رو $q_e(0) = 0$ نی ز نمی‌تواند بخشی از استراتژی ترکیبی توازن باشد. بنابراین، یک $q_e(0)$ منحصر بفرد وجود دارد که شرایط زیر را برقرار می‌کند

$$R - \frac{C(\theta + \bar{\theta}p q_e(0))}{\mu\theta} - \frac{C}{\theta} = 0,$$

که برای آن مشتریان وارد شده و امتناع کرده نامتمایزند. این مورد با فرمول زیر داده شده است

$$q_e(0) = \frac{1}{\bar{\theta}p} \left(\frac{\mu\theta R}{C} - \mu - \theta \right). \quad (49)$$

Case 2: $B\epsilon(0) > 0$ i.e. $R > \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$.

$$B\epsilon(0) > 0 \text{ i.e. } R > \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}. \quad \text{مورد 2}$$

در این مورد، برای هر استراتژی مشتریان دیگر، مشتری مورد هدف سود خالص مورد انتظار مثبت دارد، و این در صورتی است که تصمیم به ورود بگیرد. بنابراین $q_e(0) = 1$ است.

پس از این ما $q_e(1)$ را در نظر می‌گیریم و مشتری را هدف قرار می‌دهد که به محض ورود سرور را در حالت 1 می‌یابد. اگر او تصمیم به ورود به سیستم بگیرد سود خالص مورد انتظار او به صورت زیر است:

$$B\epsilon(1) = R - \frac{C(E[L^-|1] + 1)}{\mu} = R - \frac{C\bar{p}(1)}{\mu - p(1)} - \frac{C(\theta + \bar{\theta}p(0))}{\mu\theta} = \begin{cases} \frac{C}{\theta} - \frac{C\bar{p}(1)}{\mu - p(1)}, & \text{in case 1,} \\ R - \frac{C\bar{p}(1)}{\mu - p(1)} - \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta}, & \text{in case 2.} \end{cases} \quad (50)$$

بنابراین برای یافتن $q_e(1)$ در توازن، ما باید مورد 1 و مورد 2 را جداگانه بیازماییم و زیر نمونه‌های زیر را در هر مورد در نظر بگیریم:

Case 1a: $\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta} < R \leq \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$ and $\frac{C}{\theta} < \frac{C}{\mu}$.

$$(q_e(0), q_e(1)) = \left(\frac{1}{\bar{\theta}p} \left(\frac{\mu\theta R}{C} - \mu - \theta \right), 0 \right).$$

Case 1b: $\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta} < R \leq \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$ and $\frac{C}{\mu} \leq \frac{C}{\theta} \leq \frac{Cp}{\mu-p}$.

$$(q_e(0), q_e(1)) = \left(\frac{1}{\bar{\theta}p} \left(\frac{\mu\theta R}{C} - \mu - \theta \right), \frac{\mu - \theta}{\bar{\theta}p} \right).$$

Case 1c: $\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta} < R \leq \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$ and $\frac{Cp}{\mu-p} < \frac{C}{\theta}$.

$$(q_e(0), q_e(1)) = \left(\frac{1}{\bar{\theta}p} \left(\frac{\mu\theta R}{C} - \mu - \theta \right), 1 \right).$$

Case 2a: $R > \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$ and $R < \frac{C}{\mu} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta}$.

$$(q_e(0), q_e(1)) = (1, 0).$$

Case 2b: $R > \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$ and $\frac{C}{\mu} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} \leq R \leq \frac{Cp}{\mu-p} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta}$.

$$(q_e(0), q_e(1)) = \left(1, \frac{\mu(Cp + 2C\theta - Cp\theta - \mu\theta R)}{p(Cp + C\theta - Cp\theta + C\mu\theta - \mu\theta R)} \right).$$

Case 2c: $R > \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta} + \frac{C}{\theta}$ and $R > \frac{Cp}{\mu-p} + \frac{C(\theta + \bar{\theta}p)}{\mu\theta}$.

$$(q_e(0), q_e(1)) = (1, 1).$$

با مرتب سازی مجدد موارد 1 الف – 2 ج با تغییر R از $\frac{C}{\mu} + \frac{C}{\theta}$ به بی نهایت، و نگهداری پارامترهای عملیاتی

p, μ, θ و نرخ هزینه انتظار ثابت C ، موارد 1 – 3 را در حکم قضیه بدست می آوریم.

در وهله اول به نظر منطقی می رس که زمانی که مشتریان رسیده به سیستم سرور را در حالت تعطیلی می

یابند، تمایل کمتری به ورود به سیستم دارند، چون باید تا اتمام زمان تعطیلی منتظر بمانند، یعنی ما باید انتظار

داشته باشیم که $q_e(0) \leq q_e(1)$ باشد. اما، این عموماً صحیح نیست. همانطور که قضیه 2-4 نشان می دهد:

در مورد این مسأله همیشه صادق است که $q_e(0) \geq q_e(1)$ است. در حقیقت، سیستم را با زمان تعطیلی

میانگین اندک در نظر بگیرید و روی مشتری مورد هدف متمرکز شوید. اگر به مشتری اطلاع داده شود که سرور

در تعطیلی است، بنابراین می داند که باید برای زمان تعطیلی باقیمانده منتظر بماند. از طرف دیگر، او انتظار دارد که مشتریان اندکی پشت سر او باشند، چون سیستم در حالت تعطیلی است و زمان تعطیلی میانگین اندک است. از اینرو ورود مشتریان مورد هدف برای آنها بهینه است.

2-4- صف کاملاً غیر قابل مشاهده

ما در نهایت مورد کاملاً غیر قابل مشاهده را در نظر می گیریم که در آن مشتریان نه حالت سیستم را مشاهده می کنند و نه طول صفت را. در اینجا استراتژی ترکیبی برای مشتری با احتمال q ورود تخصیص یافته است. توزیع ایستای حالت سیستم از قضیه 4-1 با در نظر گرفتن $q(0) = q(1) = q$ بدست می آید و فضای حالت مشابه Ω_{au} است. دیاگرام نرخ گذر در شکل 4 به تصویر کشیده شده است، که در آن $p' = pq$ می باشد.

قضیه 4-3- صف 1 Geo/Geo/1 کاملاً غیر قابل مشاهده با چندین تعطیلی و $\beta \neq \alpha$ را در نظر بگیرید که در آن مشتریان با احتمال q وارد سیستم می شوند، یعنی از سیاست ترکیبی q پیروی می کنند. احتمال های ایستای $\{\pi'''_{kj}|(k,j) \in \Omega_{fu}\}$ به شرح زیر هستند:

$$\begin{aligned} \pi'''_{00} &= \frac{\theta(\mu - p')}{(\theta + \bar{\theta}p')\mu}, \\ (\pi'''_{10}, \pi'''_{11}) &= \left(\frac{\bar{\theta}p'}{1 - \bar{\theta}p'}, \frac{p'}{\bar{p}'\mu} \right) \pi'''_{00}, \\ (\pi'''_{k0}, \pi'''_{k1}) &= (\pi'''_{10}, \pi'''_{11}) \tilde{\mathbf{R}}^{k-1}, \quad k \geq 1, \end{aligned}$$

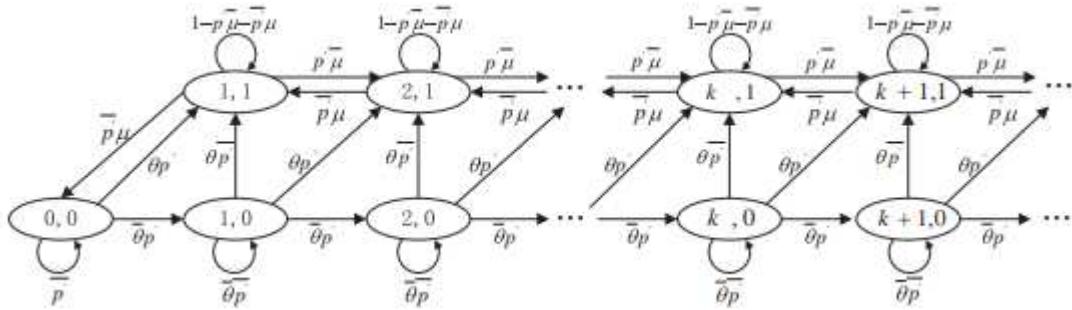
که در آن

$$\alpha = \frac{p'\bar{\mu}}{\bar{p}'\mu}, \quad \beta = \frac{\bar{\theta}p'}{1 - \bar{\theta}p'}, \quad \tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \beta & \frac{p'}{p'\mu} \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}.$$

از (43)، (44)، (47) و (4) با $q(0) = q(1) = \varsigma$ می توان به سادگی به فرمول زیر رسید

$$P(J=0) = \frac{\mu - p'}{\mu}, \quad P(J=1) = \frac{p'}{\mu}, \quad (51)$$

$$E[L^-|0] = \frac{\bar{\theta}p'}{\theta}, \quad E[L^-|1] = \frac{\bar{\theta}p'}{\theta} + \frac{\mu\bar{p}'}{\mu - p'}. \quad (52)$$



شکل 4 – دیاگرام نرخ تغییر (گذر) برای استراتژی ترکیبی q در صف کاملاً غیر قابل مشاهده

قضیه 4-4- در صف Geo/Geo/1 کاملاً غیر قابل مشاهده با چندین تعطیلی، یک استراتژی توازن ترکیبی منحصر بفرد به صورت "با احتمال qe وارد شو" وجود دارد که در آن qe با فرمول زیر داده شده است.

$$qe = \begin{cases} \frac{\mu(R-C\mu-C\theta)}{p(R\theta-C-C\theta)} & R \in \left(\frac{C}{\theta} + \frac{C}{\mu}, \frac{C}{\theta} + \frac{Cp}{\mu-p}\right), \\ 1 & R \in \left[\frac{C}{\theta} + \frac{Cp}{\mu-p}, \infty\right). \end{cases} \quad (53)$$

برهان. ما مشتری مورد هدف را در لحظه ورودش در نظر می‌گیریم. اگر تصمیم به ورود به سیستم بگیرد زمان

توقف موقتی او به صورت زیر است:

$$Se = \frac{E[L^-] + 1}{\mu} + \frac{P(J=0)}{\theta}.$$

از (51) و (52) مورد زیر را داریم

$$E[L^-] = \frac{\bar{\theta}p'}{\theta} + \frac{p'\bar{p}'}{\mu - p'}.$$

از اینرو سود خالص مورد انتظار به صورت زیر است:

$$Be = R - \frac{C(1-pq)}{\mu - pq} - \frac{C}{\theta}. \quad (54)$$

باشد، در می یابیم که (54) ریشه منحصر بفردی در $(0, 1)$ دارد که اولین وقتی $R \in \left(\frac{C}{\theta} + \frac{C}{\mu}, \frac{C}{\theta} + \frac{Cp}{\mu-p}\right)$

شاخه از (53) را حاصل می نمایدو وقتی $R \in \left[\frac{C}{\theta} + \frac{Cp}{\mu-p}, \infty\right)$ باشد، Be برای هر q مثبت است، از اینرو بهترین پاسخ 1 است و نقطه توازن منحصر بفرد $q_e = 1$ است که دومین شاخه از (53) را حاصل می کند.

5- نمونه های عددی

در این بخش، طبق تحلیل بالا، ابتدا مجموعه ای از آزمایشات عددی را ارائه می کنیم تا تأثیر سطح اطلاعات و همچنین پارامترهای متعدد را روی رفتار سیستم نشان دهیم. و سپس مثالی برای نشان دادن کاربرد نتایج ارائه می کنیم.

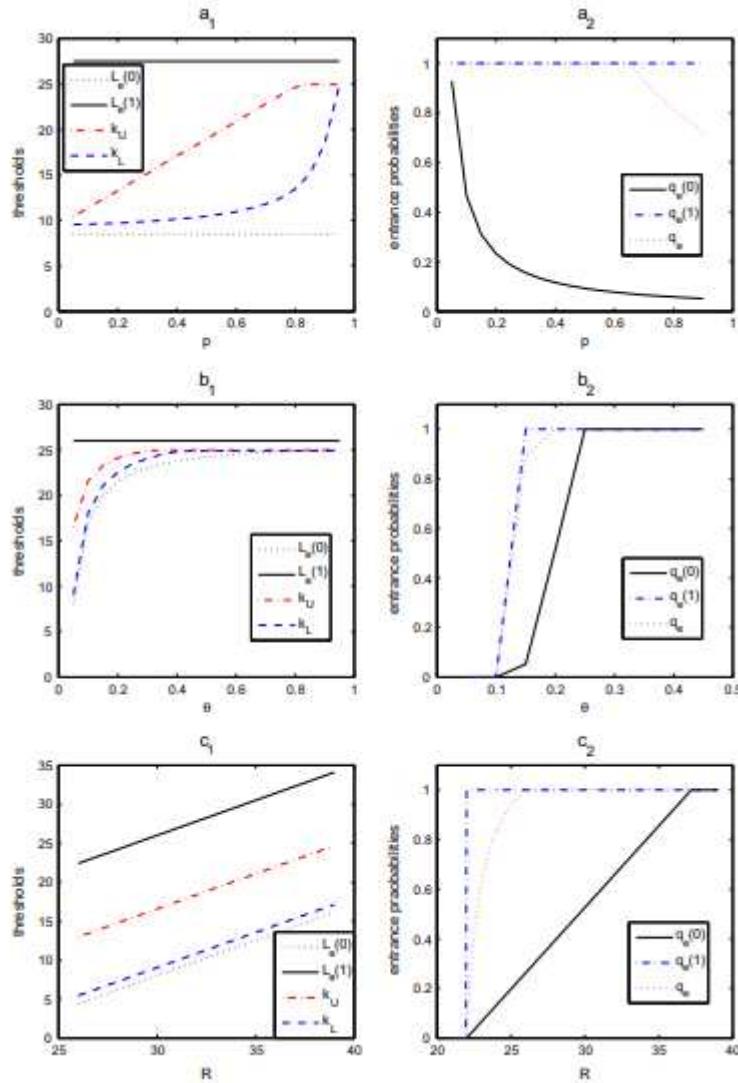
5-1- آزمایشات عددی

در اینجا مسئله ما در رابطه با مقادیر آستانه های موازن برای سیستم مشاهده و مقادیر احتمال های ورد متوازن برای سیستم های غیر قابل مشاهده و همچنین مزیت اجتماعی به ازای هر واحد زمانی، در حینی است که مشتریان از استراتژی های موازن متناظر پیروی می کنند.

ما ابتدا مدل های قابل مشاهده را در نظر می گیریم و حساسیت آستانه های موازن را با توجه به نرخ ورود p ، نرخ تعطیلی θ و پاداش سرویس R کاوش می کنیم. از سه شکل فرعی در سمت چپ شکل 5، می توانیم حدس جالبی بزنیم که آستانه های موازن $\{k_L, \dots, k_U\}$ برای مورد تقریباً قابل مشاهده همیشه برای مورد کاملاً قابل مشاهده $(L_e(0), L_e(1))$ قرار می گیرد. به عبارت دیگر، آستانه ها در دل تقریباً قابل مشاهده

مقدادیر متوسطی بین دو آستانه مجزا دارند و این زمانی است که مشتریان رسیده حالت سرور را مشاهده می‌کنند.

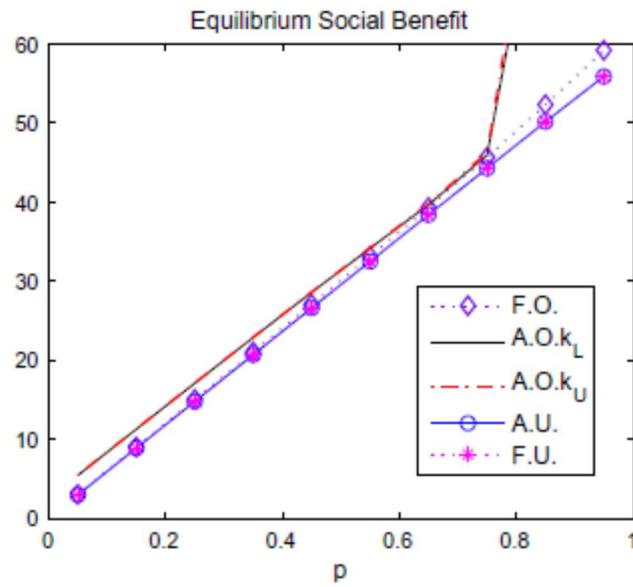
در رابطه با حساسیت آستانه‌های توازن، ما مشاهدات زیر را داریم. وقتی نرخ p تغییر کند، آستانه‌های کاملاً قابل مشاهده تا زمانی ثابت می‌مانند که وقتی مشتری اطلاعات کامل حالت را دارد، نرخ ورود ربطی به تصمیم مشتری نداشته باشد. از طرف دیگر، آستانه‌های تقریباً قابل مشاهده با نرخ ورود افزایش می‌یابند، که بدین معناست که اگر به مشتری اطلاعاتی در مورد طول فعلی صفت داده شده باشد، او بیشتر تمایل دارد زمانی وارد شود که نرخ ورود بالاتر است. این رخداد در مورد تقریباً قابل مشاهده که مشتریان در توازن گرایش به پیروی و تقلید از رفتار دیگر مشتریان دارند، از نوع به دنبال شلوغی برو می‌باشد. دلیل این رخداد این است که وقتی نرخ ورود بالاست، احتمال این وجود دارد که سرور فعال باشد، بنابراین تأخیر مورد انتظار از تعطیلی سرور کاهش می‌یابد. اما زمانی که نرخ تعطیلی θ تغییر می‌کند تمام آستانه‌ها افزایش می‌یابند، به جز آستانه‌ی L_1 که ثابت می‌ماند. این قطعاً ذاتی است، چون وقتی تعطیلی سرور کوتاه‌تر باشد، مشتریان عموماً انگیزه بیشتری برای ورود به سیستم‌های کاملاً قابل مشاهده و تقریباً قابل مشاهده دارند. در نهایت، همراه با افزایش پاداش خدمات R ، مهم نیست که در مدل کاملاً قابل مشاهده یا تقریباً قابل مشاهده باشیم، آستانه در حالت خطی افزایش می‌یابد که از قضیه ۱-۳ و ۴-۳ انتظار می‌رود.



شکل 5 – آستانه های توازن برای سیستم های قابل مشاهده. حساسیت با توجه به p برای a_1 , p , θ , $R = 30$; c_1 , R , for $p = 0.4$, $\mu = 0.9$, $C = 1$, $R = 30$; c_1 , R , for $p = 0.4$, $\mu = 0.9$, $\theta = 0.05$, $C = 1$, $R = 30$; b_1 , θ , $R = 30$; b_2 , θ , $R = 30$; c_2 , R , for $p = 0.9$, $\mu = 0.95$, $C = 1$, $R = 8$; c_2 , R , for $p = 0.9$, $\mu = 0.95$, $C = 1$, $R = 8$.

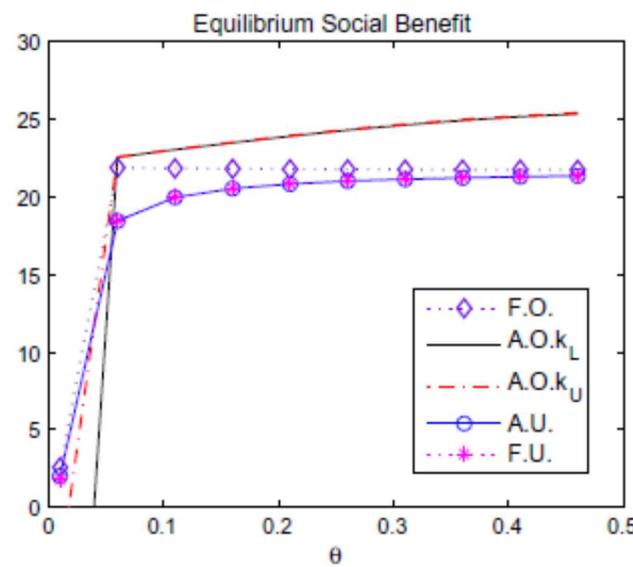
متداول برای سیستم های غیر قابل مشاهده. حساسیت با توجه به p برای a_2 , p , θ , $R = 4.5$; b_2 , θ , $R = 4.5$; c_2 , R , for $p = 0.4$, $\mu = 0.5$, $\theta = 0.05$, $C = 1$. برای $p = 0.4$, $\mu = 0.5$, $\theta = 0.05$, $C = 1$. برای $p = 0.9$, $\mu = 0.95$, $C = 1$, $R = 8$; c_2 , R , for $p = 0.9$, $\mu = 0.95$, $C = 1$, $R = 8$.

$p = 0.4, \mu = 0.5, \theta = 0.05, C = 1$. برای $p = 0.9, \mu = 0.95, C = 1, R = 8$; c_2 , R , for $p = 0.9, \mu = 0.95, C = 1, R = 8$.



شکل 6 – سود اجتماعی برای سطوح اطلاعاتی مختلف. حساسیت با توجه به p برای

$$\mu = 0.99, \theta = 0.05, R = 80, C = 1.$$



شکل 7 – مزیت اجتماعی برای سطوح اطلاعاتی مختلف. حساسیت با توجه به θ برای

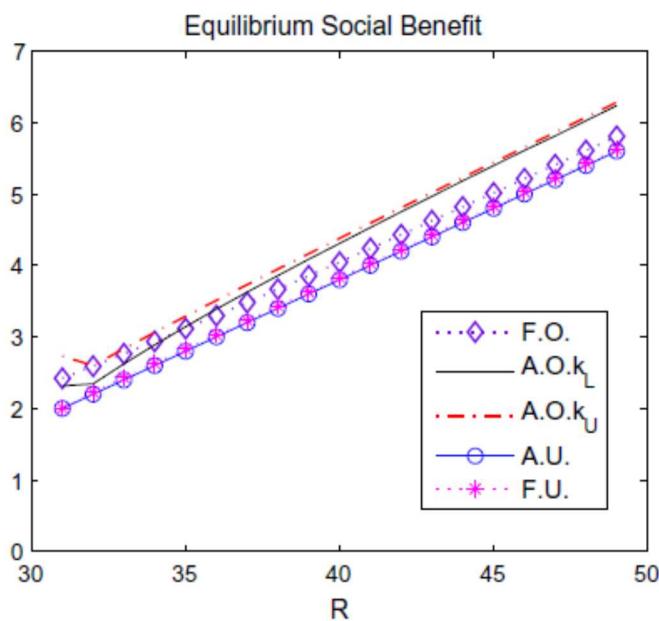
$$\mu = 0.99, p = 0.2, R = 110, C = 1.$$

سپس به سیستم های غیر قابل مشاهده باز می گردیم و حساسیت احتمالات ورود توازن را کاوش می نماییم.

نتایج در زیر شکل های (a_2, b_2, c_2) در سمت راست شکل 5 نشان داده شده اند. مشاهده کلی این است که احتمال ورود در در سیستم صفت بندی کاملاً غیر قابل مشاهده همیشه در بازه ای است که بواسطه دو احتمال ورود در سیستم تقریباً غیر قابل مشاهده شکل گرفته است، که مشابه با نتایج مدل های قابل مشاهده است. بنابراین وقتی به مشتریان حالت سرور گفته نشده باشد، آن ها با احتمال بین آن هایی که در دو مورد جداگانه ای ارائه شده اند که حالت سرور در آن می تواند توسط مشتریان رسیده مشاهده شود، به سیستم ملحق می شوند. با توجه به حساسیت احتمالات رود، ما مشاهده می کنیم که با توجه به p کاهش می یابند. بنابراین، وقتی نرخ رسیدن (ورود) افزایش می یابد، مشتریان تمایل کمتری به رود به سیستم دارند. این درست بر عکس مدل های قابل مشاهده است که در آنها آستانه ها با p افزایش می یابند. دلیل وجود تفاوت این است که در اینجا اطلاعاتی در رابطه با طول صفت فعلی در دسترس نیست، و این زمانی است که نرخ ورود بالاتر است و مشتریان رسیده انتظار دارند که سیستم بارگذاری بیشتری داشته باشد و ورود به آن ساده تر باشد. به علاوه احتمالات ورود همگی با توجه به θ و R افزایش می یابند که حسی (ذاتی) است.

شکل های 6 – 8 در رابطه با نفع اجتماعی تحت استراتژی امتناع توازن برای سطوح اطلاعاتی مختلف هستند. در مورد تقریباً قابل مشاهده ما تنها نفع اجتماعی را تحت دو آستانه فوق الهاده k_L و k_U ارائه می کنیم. در این شکل ها اشاره می کنیم که نفع اجتماعی در مدل تقریباً قابل مشاهده عموماً بیشتر از شود موجود در دیگر موارد است در حالی که ارزش مدل کاملاً قابل مشاهده در موقعیت میانه ای قرار دارد. به علاوه، تفاوت موجود در نفع اجتماعی بین سیستم کاملاً غیر قابل مشاهده و تقریباً غیر قابل مشاهده اندک است. این رخداد نشان می دهد که مشتریان در کل، وقتی از مشتریان حاضر اطلاع داشته باشند بهتر خارج می شوند در حالی که اطلاعات در مورد حالت سرور زیاد به درد بخور نیست. به علاوه اطلاعات کامل در مورد سیستم صفت بندی می تواند واقعاً به نفع اجتماعی آسیب برساند. به عبارت دیگر، اطلاعات اضافی در مورد حالت سرور خیلی برای افزایش

نفع اجتماعی توازن مفید و کمک کننده نیست، با در نظر داشتن حساسیت مزیت اجتماعی توازن، در می یابیم که این مورد با افزایش نرخ ورود، نرخ تعطیلی و پاداش خدمت رسانی افزایش می یابد که حسی (ذاتی) است. حال ما توجه بیشتری به شکل 7 می کنیم که در آن از مقدار معین θ روند مزیت اجتماعی توازن صاف تر و ایستا تر می شود. این به دلیل آن است که با افزایش نرخ تعطیلی، از یک طرف زمان تعطیلی کاهش می یابد که به نفع مزیت اجتماعی است و از طرف دیگر چون افراد بیشتری برای گرفتن خدمات سیستم را ترک می کنند زمان سرویس افزایش می یابد که تأثیر تعیین کننده روی مزیت اجتماعی می گذارد. وقتی نرخ تعطیلی تا میزان معینی افزایش می یابد، بخش مثبت با بخش منفی یکسان می شود، بنابراین مزیت اجتماعی توارن به مقدار ثابتی میل پیدا می کند.



شکل 8 – مزیت اجتماعی برای سطوح اطلاعاتی مختلف. حساسیت با توجه به R برای

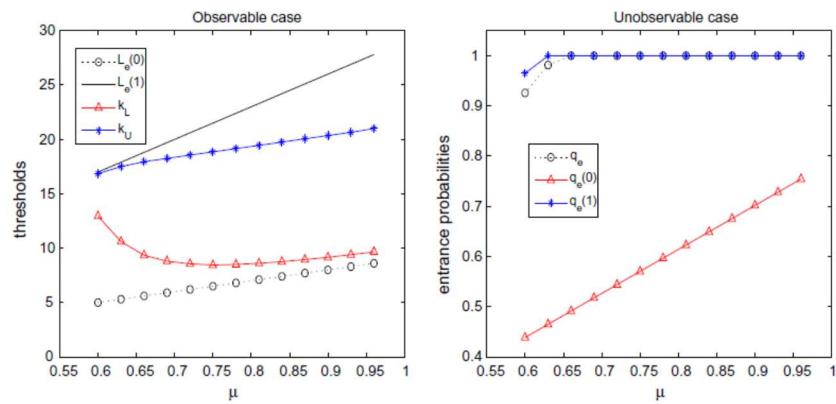
$$\mu = 0.99, p = 0.2, \theta = 0.05, C = 1.$$

جدول 1: زمان ورود داده ها در یک ساعت

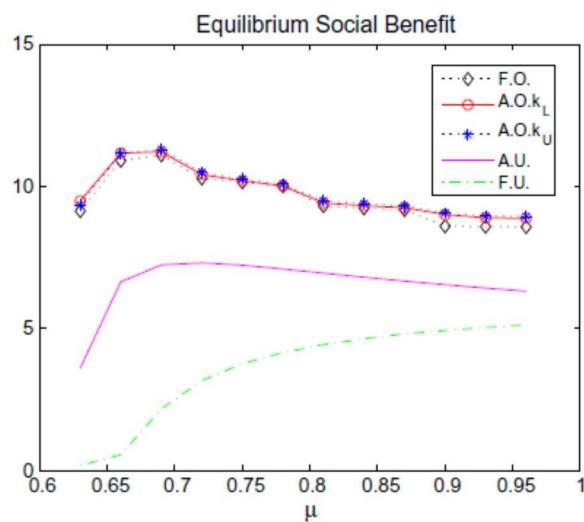
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
T_k	0	2	3	5	6	8	11	12	14	15	16	17	19	22	23	25	26	29
k	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
T_k	30	32	33	35	36	38	41	42	44	45	46	47	49	52	53	55	56	60

($p = 0.6, \mu = 0.95, \theta = 0.05, C = 1, R = 30$). جدول 2 استراتژی های توازن

Observable case			Unobservable case		
$L_e(0)$	$L_e(1)$	$L_e\{k_L, k_L + 1, \dots, k_U\}$	$q_e(0)$	$q_e(1)$	q_e
8	27	9, 10, ..., 20	0.7456	1	1



($p = 0.6, \theta = 0.05, C = 1, R = 30$). شکل 9 – استراتژی های توازن. حساسیت با توجه به μ .



شکل 10 - مزیت اجتماعی برای سطوح اطلاعاتی مختلف. حساسیت با توجه به μ

$$(p = 0.6, \theta = 0.05, C = 1, R = 30).$$

5-2- یک مثال

در زندگی روزمره مشاهده رخداد صفت بندی چیزی معمولی است، خصوصاً در بانک هایی که در آنها تعداد زیادی از افراد منتظر سرویس گرفتن هستند. اکنون بانک ها از سیستم فرآخوان اتوماتیک استفاده می کنند که در آن مشتری رسیده یک شماره صفت دریافت می کند. سری های داده ای ثبت شده توسط ماشین های صفت بندی بانک برای تحلیل قوانین صفت بندی باجه های خدمات استفاده شده اند. ما سری های داده ای را از بانک محلی دریافت می کنیم و در جدول 1 نشان می دهیم که در آن k نشان دهنده تعداد داده ها و T_k نشان دهنده زمان ورود داده هاست. از جدول 1، ما مشاهده می کنیم که نرخ ورود میانگین $0/6$ است، یعنی $p=0.6$. اگر سیستم فرآخوانی اتوماتیک در حالت کاری باشد، مشتریان می توانند طول صفت را مشاهده کنند، که از این رو در صفت قابل مشاهده هستند و استراتژی های آستانه خالص توازن وجود دارد. اما، اگر اینگونه نباشد، استراتژی های ترکیبی توازن وجود دارند. استراتژی های توازن هم در صفات قابل مشاهده و هم در صفات غیر قابل مشاهده در جدول 2 نشان داده شده اند که از قضایای 3-1، 3-4 و 4-4 و مورد 3 قضیه 4-2 بدست آمده اند. در مدل قابل مشاهده، هنگامی که حالت سرور ارائه شده است، مشتریان استراتژی توازن منحصر بفردی دارند. مشتری وارد شده می تواند از استراتژی توازنی پیروی کند که به صورت "اگر $L_n \leq 8$ " است وارد شود و در غیر اینصورت امتناع کن" می باشد و این زمانی است که سرور مشغول است. اما، اگر اطلاعات حالت سرور ارائه نشده باشند، تمام استراتژی های آستانه خالص "اگر برای برخی مقادیر ترکیبی $L_n \leq L_e$ ، $L_e \in \{9, 10, \dots, 20\}$ " می باشد وارد شود و در غیر اینصورت امتناع کن" در حالت توازن هستند. ما در می یابیم که L_e بین $(0, L_e)$ قرار می گیرد. از طرف دیگر، در مورد غیر قابل مشاهده، اگر مشتری به محض ورود خود تنها اطلاعاتی در مورد حالت سرور داشته باشد، استراتژی ترکیبی وجود خواهد

داشت که با $(q_e(0), q_e(1))$ تخصیص یافته است. وقتی سرور در تعطیلی است، استراتژی توازن "ورود با احتمال 0/7456 است. اما وقتی سرور مشغول باشد، استراتژی توازن "همیشه وارد شو" می باشد. اگر مشتریان نه بتوانند حالت سیستم را مشاهده کند و نه صول صف را، استراتژی ترکیبی منحصر بفرد "با احتمال 1 وارد شو" وجود خواهد داشت. استفاده از استراتژی های توازن به عنوان احتمال های ورود در مورد غیر قابل مشاهده مناسب تر از استفاده از آنها به عنوان آستانه هایی در مورد قابل مشاهده است.

شکل 9 و 10 مربوط به حساسیت استراتژی های توازن و مزایای اجتماعی با توجه به μ هستند. می توانیم مشاهده زیر را داشته باشیم. مهم نیست در مورد قابل مشاهده باشیم یا در مورد غیر قابل مشاهده، هنگامی که نرخ خدمت رسانی بالاتر باشد مشتریان گرایش بیشتری به ورود سیستم دارند، در حالیکه ممکن است تفاوت های قابل توجهی میان مدل های قابل مشاهده و غیر قابل مشاهده وجود داشته باشد. از اینرو، می توان اعلام کرد که مشتریان در کل وقتی از طول صف آگاهی داشته باشند، نسبت به زمانی که اطلاعاتی در مورد حالت سیستم دارند بهتر خارج می شوند. به علاوه ما اشاره می کنیم که مزیت های اجتماعی در مدل تقریباً قابل مشاهده عموماً بیشتر از مزیت های موجود در مورد کاملاً قابل مشاهده است. این می تواند به معنای وجود اطلاعات کامل در رابطه با سیستم صف بندی باشد که در حقیقت به مزیت اجتماعی لطمه وارد می کنده عبارت دیگر در مدل قابل مشاهده اطلاعات اضافی در مورد حالت سیستم برای افزایش مزیت اجتماعی توازن خیلی مفید نیست. اما در صف غیر قابل مشاهده وقتی مشتریان می توانند حالت سرور را مشاهده کند مزیت اجتماعی به وضوح بیشتر از مورد ارائه شده بدون اطلاعات است. آن مشاهداتی نشان می دهند که وقتی نرخ خدمت رسانی تغییر کند، اطلاعات طول صف عاملی است که بیشترین سود را برای افزایش مزیت اجتماعی دارد، در حالیکه حالت سرور تنها در مورد غیر قابل مشاهده کمک کننده است.

6- نتیجه گیری

در این مقاله، ما رفتار توازن را در صف 1 Geo/Geo زمان گسسته تحت چندین سیاست تعطیلی کاوش کردیم. از طرف دیگر، صف زمان گسسته ای که در آن زمان میان ورود و زمان سرویس متغیرهای تصادفی صحیح مثبت هستند برای مدل سازی و تحلیل سیستم تعامل دیجیتالی مناسب تر است. از طرف دیگر مشتریان حق تصمیم گیری طبق موقعیت دقیق را دارند که معقول تر از نقطه نظر کلاسیک در نظریه صف بندی است که در آن تصمیمات اتخاذ شده توسط سرورها و مشتریان تحمیل شده اند. تا آنجا که نویسندها این مقاله می دانند، هیچ کاری در رابطه با استراتژی های امتناع توازن در صفحات زمان گسسته با چندین تعطیلی وجود ندارد. جدای از این، این اولین باری است که سیاست چند تعطیلی در اقتصاد صفحات توازن وارد شده است.

ما چهار مورد را با توجه به سطح اطلاعات ارائه شده برای مشتریان وارد شده رده بندی کردیم و استراتژی های توازن را برای هر مورد بدست آوردیم. رفتار سیستم ایستا تجزیه و تحلیل شده است و انواع مختلفی از مقیاس های عملکرد ایستا تخت استراتژی های متناظر توسعه یافته اند. به علاوه در مورد حساسیت رفتار توازن با توجه به پارامترهای مختلف و همچنین اثر سطح اطلاعات روی مزیت اجتماعی توازن بحث کردیم. نتایج تحقیق می توانند به مشتریان راهنمایی در رابطه با اتخاذ استراتژی های بهینه برای کاهش فقدان صفحات بندی ارائه کنند. به علاوه این مقاله می تواند به مدیران مرجع خوبی برای بحث در مورد موضوعات قیمت زنی در سیستم های صفحات بندی بدهد، نظیر حق ورود، حق اولویت و غیره. بسط های دیگر این مقاله مستلزم در نظر گرفتن رفتار مشتری متوزن در مدل ها تحت سیاست تعطیلی منفرد می باشد.



این مقاله، از سری مقالات ترجمه شده رایگان سایت ترجمه فا میباشد که با فرمت PDF در اختیار شما عزیزان قرار گرفته است. در صورت تمایل میتوانید با کلیک بر روی دکمه های زیر از سایر مقالات نیز استفاده نمایید:

✓ لیست مقالات ترجمه شده

✓ لیست مقالات ترجمه شده رایگان

✓ لیست جدیدترین مقالات انگلیسی ISI

سایت ترجمه فا؛ مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده از نشریات معتبر خارجی