طراحی و تحلیل یک مدل بیکاری (تعطیلی) برای سیستم صف بندی دو فازه با خدمات ورودی

چکیده

این مقاله عمدتاً در ارتباط با مدل صف بندی خدمات دو فازی با بیکاری خدمات ورودی است. در این مدل بیکاری خدمات ورودی، تنها آن مشتریانی که در هنگام شروع خدمات حالت دسته ای سرور در صف حاضر هستند در دسته قرار می گیرند. ما توابع تولید احتمال اندازه سیستم و اندازه مدار را مشتق نموده ایم. ما شرایطی را بررسی کرده ایم که تحت آن شرایط حالت ثابتی وجود دارد. چندین مقیاس عملکرد مفید نیز بدست آمده اند. خدمات برای ورود های بعدی تا زمانی سرور دومین فاز خدمات فردی برای دسته را تکمیل کند به تعویق می افتند. بر اساس محاسبات عددی و نمودهای تصویری، این حقیقت آشکار می شود که این نوع مدلسازی در تحلیل موقعیت های معینی کمک کننده است که در آنها مشتریان به خدمات در دو فاز نیاز دارند که مرحله اول آن اساساً سرویس ورودیه ای است.

واژگان کلیدی: چرخه مشغولی، چرخه سرویس (خدمات)، خدمات ورودی، مدل صف بندی، بیکاری، چند سروری (چندین سرور)

1- مقدمه

در این مقاله ما سیستم صف بندی دو فازی را با سرویس ورودی و بیکاری های چندین سرور مورد مطالعه قرار می دهیم. سیاست سرویس ورودی که در مدل فعلی تحت مراقبت در نظر گرفته می شود از آن نظر استثنایی است که مکانیسم ورودی دار شدن سرور تا زمانی دوام خوئاهد آورد که سیستم خالی شود که پس از آن به سرور اجازه داده می شود تا اوقات بیکاری داشته باشد. در موقعیت های معینی انجام سرویس

حالت دسته ای برای آن مشترینی ضروری است که در سیستم در آغاز خدمات دسته ای حاضر هستند. ابتدا مشتریان به اتاق انتظار وارد می شوند. در اتاق خدمات به آن ها خدمت رسانی می شود. وقتی اتاق خدمات خالی می شود، تمام مشتریانی که در اتاق انتظار بوده اند و بصورت فردی به آن ها خدماتی ارائه شده به اتاق خدمات انتقال داده می شوند. در چنین دوره های انتقال مشتری از اتاق انتظار، یک شماره تصادفی از مشتریان سربار نیز به اتاق خدمات اضافه شده است.

نشانه گذاری

N= اندازه سیستم در آغاز خدمات دسته ای

N_1= اندازه سیستم در پایان خدمات دسته ای

N_2= اندازه سیستم زمانی که سرور دومین فاز خدمت رسانی به دسته را به اتمام می رساند.

M= تعداد مشتریانی که در عرض خدمات رسانی دسته ای وارد شده اند.

X= تعداد کل ورودها زمانی که سرور در حالت سروریس فردی در عرض یک چرخه سرویس است.

Y= تعداد ورودها≤ 1 در عرض بیکاری

$B(t)$= زمان خدمات دسته ای

$F(t)$= زمان خدمات فردی

$V(t)$= زمان بیکاری

2- مدل ریاضیاتی

یک سیستم صف بندی بیکاری خدمات دو فازی سرور منفرد را در نظر بگیرید که در آن مشتریان طبق فرایند پواسون با پارامتر λ وارد می شوند. به مشتریان در حالت دسته ای در اولین فاز با متابعت از سیاست خدمات ورودی دار شده خدمت رسانی می شود. در زمان تکمیل خدمات حالت دسته ای، سرور شروع به خدمات رسانی به مشتریان همان دسته به رعایت نظم صف اول وارد شده اول خارج می شود، می کند. پس از اتمام خدمت رسانی به دسته سرور سریعاً به اولین فاز برمی گردد و شروع به خدمت رسانی به سرویس دسته ای بعدی می کند و این کار را زمانی انجام می دهد که حداقل یک سیکل بیکاری داشته باشد.

چرخه سرویس – وقفه زمانی میان آغاز دو خدمت دسته ای پشت سر هم، زمانی که دومین خدمات رسانی (سرویس) به سرعت پس از پایان فاز دوم سرویس رسانی به دسته ی اول شروع می شود.

سیستم در حالت ثابت است

$$\gamma = \lambda E(B),\ \rho = \lambda E(S) < 1,\ N_1 = N + M,\ N_2 = X + M, \qquad (1)$$

$$N = \begin{cases} N_2 & \text{when } N_2 > 0 \\ Y & \text{when } N_2 = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

$$P(N_2 = 0) = P_{20} \qquad (3)$$

اجازه دهید $P^*(z)$، $P_1^*(z)$ و $P_2^*(z)$ به ترتیب اشاره به PGF های N، N_1 و N_2 داشته باشند.

$$\begin{aligned} P^*(z) &= E(z^N) \\ &= E[E(z^N/N_2)] \\ &= E(z^N/N_2 = 0)P(N_2 = 0) + \sum_{k=1}^{\infty} E(z^N/N_2 = k)P(N_2 = k) \\ &= E(z^Y)P_{20} + \sum_{k=1}^{\infty} E(z^k)P(N_2 = k) \\ &= E(z^Y)P_{20} + \sum_{k=1}^{\infty} z^k P(N_2 = k) \\ &= \{[\overline{V}(\lambda - \lambda z) - \overline{V}(\lambda)]/[1 - \overline{V}(\lambda)]\}P_2 + P_2^*(z) - P_{20} \\ &= P_2^*(z) - P_{20}\{1 - [\overline{V}(\lambda - \lambda z) - \overline{V}(\lambda)]/[1 - \overline{V}(\lambda)]\} \end{aligned} \qquad (4)$$

اجازه دهید

P =B$_k${K مشتری که در عرض بیکاری وارد می شوند}

$$=\int_0^{\infty} e^{-\lambda t}\left[\frac{(\lambda t)^k}{k!}\right]dV(t) \tag{5}$$

P(K مشتری که در عرض j امین بیکاری وارد می شوند)

$$= (\overline{V}(\lambda))^{j-1} b_k,\ j = 1, 2, 3, \dots .$$

از اینرو P(K مشتری در پایان بیکاری در سیستم وجود دارند)

$$=\sum_{j=1}^{\infty}\overline{V}(\lambda)^{j-1} b_k$$
$$=\frac{b_k}{1-\overline{V}(\lambda)} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}E(z^{Y}) &= \sum_{k=1}^{\infty} z^k [b_k/(1-\overline{V}(\lambda))]\\ &= [1/(1-\overline{V}(\lambda))]\sum_{k=1}^{\infty}\left[z^k \int_0^{\infty} e^{-\lambda t}\left[\frac{(\lambda t)^k}{k!}\right]d(V(t))\right]\\ &= [1/(1-\overline{V}(\lambda))]\int_0^{\infty} e^{-\lambda t}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{(\lambda t)^k}{k!}\right]d(V(t))\\ &= (\overline{V}(\lambda-\lambda z)-\overline{V}(\lambda)/(1-\overline{V}(\lambda))\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}P_1^*(z) &= E(z^{N+M})\\ &= E(z^{N})E(z^{M})\\ &= P^*(z)\overline{B}(\lambda-\lambda z)\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}P_2^*(z) &= E(z^{X+M})\\ &= E(z^{X})E(z^{M})\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}E(z^{X}) &= E[E(z^{X}/N)]\\ &= P^*(\overline{F}(\lambda-\lambda z))\end{aligned} \tag{10}$$

$$P_2^*(z)=\overline{B}(\lambda-\lambda z)P^*(\overline{F}(\lambda-\lambda z)) \tag{11}$$

با ترکیب تمامی معادلات با هم به فرمول های زیر می رسیم

$$P^*(z)=\overline{B}(\lambda-\lambda z)P^*(\overline{F}(\lambda-\lambda z)) \\ -P_{20}\{1-[(\overline{V}(\lambda-\lambda z)-\overline{V}(\lambda))/1-\overline{V}(\lambda)]\} \tag{12}$$

Define

$$g(z)=\overline{F}(\lambda-\lambda z) \\ h(z)=\overline{B}(\lambda-\lambda z) \\ L(z)=1-1-[(\overline{V}((\lambda-\lambda z)-\overline{V}(\lambda))/1-\overline{V}(\lambda)] \tag{13}$$

$$P^*(z)=P^*(g(z))h(z)-P_{20}L(z) \tag{14}$$

Let

$$h^{(0)}(z)=z \\ h^{(1)}(z)=h(z) \\ =\overline{B}(\lambda-\lambda z) \tag{15}$$

$$g^{(0)}(z)=z \\ g^{(1)}(z)=g(z)=\overline{F}(\lambda-\lambda z) \\ g^{(n)}(z)=g(g^{(n-1)}(z)) \\ =g^{(n-1)}(g(z)),\quad n>1 \tag{16}$$

با تکرار به معادلات زیر می رسیم

$$P^*(z)=-P_{20}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\left(\prod_{j=0}^{k-1}h(g^{(j)}(z))L(g^{(k)}(z))\right)+\prod_{j=0}^{\infty}h(g^{(j)}(z))\right\} \tag{17}$$

Since P*(0) = 0, P*(g(0)) h(0) – P20 = 0,

$$g(0)=\overline{F}(\lambda) \\ h(0)=\overline{B}(\lambda) \tag{18}$$

$$P_{20}=\frac{h(0)\prod_{j=1}^{\infty}h(g^{(j)}(0))}{1+h(0)\sum_{k=0}^{\infty}\left(\prod_{j=1}^{\infty}h(g^{(j)}(0))\right)L(g^{(k+1)}(0))} \tag{19}$$

اجازه دهید متغیر تصادفی QS اشاره به اندازه سیستم داشته باشد و این زمانی است که مشتری سیستم را پس از تکمیل خدمت رسانی به او ترک می کند. $Q_S^*(z)$ اشاره به PGF ی QS دارد. K اشاره به موقعیت مشتری تصادفی در دسته خود دارد.

X_1 – تعداد مشتریانی که پس از مشتری تصادفی خارج شده اند

X_2 – تعداد ورود مشتریان که در عرض تکمیل خدمات فردی در دومین فاز رخ می دهد.

$$QS = M + X_1 + X_2.$$

M مستقل از X_1 و X_2 است که در آن X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل هستند.

$$\begin{aligned} Q_S^*(z) &= E(z^{Q_s}) \\ &= E(z^{M+X_1+X_2}) \\ &= E(z^M) + E(z^{X_1+X_2}) \end{aligned} \qquad (20)$$

$$\begin{aligned} E(z^{X_1+X_2}) &= E[E(z^{X_1+X_2}/N,K)] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n} z^{n-k}(\bar{F}(\lambda-\lambda z))^k P(N=n,K=k) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n} z^n (g(z)/z)^k (1/n)(nP(N=n/E(n)) \\ &= \{g(z)/E(N)\}\{[P^*(z)-P^*(g(z))]/[z-g(z)]\} \end{aligned} \qquad (21)$$

$$Q_S^*(z) = g(z)[P^*(z)(1-h(z)-P20L(z)/E(N)(g(z)-z))]$$

وقتی سرور اجازه ندارد بیکار باشد و هیچ گونه سرویس دسته ای وجود ندارد، به گونه ای که $\bar{V}(0)=1$ و $\bar{B}(0)=1$.

1-2- مقیاس های عملکرد

در این بخش، ما برخی از مقیاس های مفید عملکرد سیستم را می آزماییم.

(الف) تعداد مشتریان مورد انتظار در سیستم با فرمول زیر داده شده است

$$E(L) = \lim_{z\to 1}\frac{d}{dz}K(z) = \frac{2\lambda(\beta+\mu)[1-R^*(\lambda)] + \lambda^2[\beta^2+\mu^2+2\beta\mu]}{2[R^*(\lambda)-\lambda(\beta+\mu)]} + \lambda\mu \qquad (22)$$

(ب) تعداد مشتریان مورد انتظار در سیستم

$$K\left(I_q\right)=P'(1)=\frac{2\lambda(\beta+\mu)\left[1-R^*(\lambda)\right]+\lambda^2\left(\beta^{(2)}+\mu^{(2)}+2\beta\mu\right)}{2\left[R^*(\lambda)-\lambda(\beta+\mu)\right]} \tag{23}$$

توزیع حالت ثابت حالت سرور با فرمول زیر داده شده است

q_0= احتمال{سرور بیکار است} = $P_{0,0}+P_0(1)=1-\lambda(\beta+\mu)$

q_1= احتمال {سرور مشغول است}= $P_1(1)=\lambda\mu$

q_2= احتمال (سرور در حالت استراحت است}= $P_2(1)=\lambda\beta$

2-2- مشخصه های سیستم

ما دو مورد اول اندازه سیستم و زمان سیستم را به صورت زیر به دست می آوریم

با توجه به z در z=1، از $Q_S^*(z)$ مشتق بگیرید

$$E(Q_S)=\rho+[2(1-\rho)]^{-1}\lambda^2\{E(S^2)+2E(B)\lambda+E(B^2)/E(N)+P_{20}E(V^2)E(N)(1-V(\lambda))\}$$

با توجه به z دوبار در z=0 از $Q_S^*(z)$ مشتق بگیرید

$$\begin{aligned}E(Q_S^2)&=\rho+\frac{\lambda^2(1+2\rho)}{2(1-\rho)}\{E(S^2)+2E(B)\lambda+E(B^2)/E(N)+P_{20}E(V^2)/[E(N)(1-V(\lambda))]\}\\&+\frac{\lambda^3}{3(1-\rho)}\{E(S^3)+E(B^3)/E(N)+P_{20}E(V^2)/[E(N)(1-V(\lambda)))\}\\&+\frac{\lambda^4E(S^2)}{2(1-\rho)^2}\{E(S^3)+2E(B)E(S^3)/\lambda+E(V^2)/E(N)\}\\&+\frac{\gamma E(N(N-1))}{E(N)(1-\rho)}+\frac{\lambda^2E(B^2)}{1-\rho}+\frac{P_{20}\lambda^3E(S^2)E(V)}{E(N)(1-\rho)(1-V(\lambda))}\\E(N)&=\gamma/1-\rho+P_{20}\lambda E(V)/(1-\rho)(1-V(\lambda))\end{aligned} \tag{24}$$

بنابراین به $E(N(N-1))$ و $V(Q_S)=E(Q_S^2)-(E(Q_S))^2$ دست می یابیم

حال دو مورد خاص را در نظر می گیریم. در اولین مورد ما فرض را بر این می گذاریم که زمان های فراغت (بیکاری) بصورت نمایی توزیع شده اند و برای دومین مورد ما توزیع نمایی سرویس دسته اس، سرویس فردی و زمان های تعطیلی را در نظر می گیریم

مورد 1 – زمان های تعطیلی دارای توزیع نمایی هستند

$\overline{V}(\theta)=\frac{1}{(1+E(V)\theta)}$, $E(V^2)=2\,E^2(V)$ ، اندازه سیستم بسط یافته اکنون با فرمول Little داده شده است

$$E(Q_s)=\lambda\,E(W_s)\ ,\ U<U^*$$

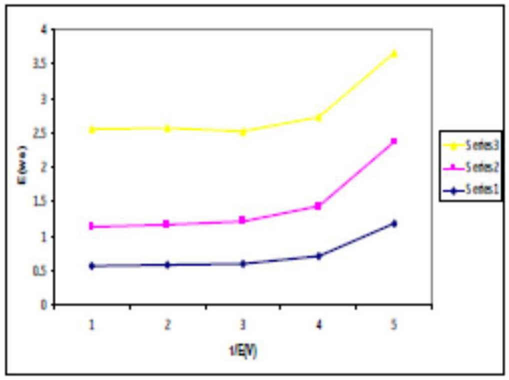
مورد 2 : زمان های خدمات دسته ای، زمان خدمات فردی و زمان های بیکاری توزیع شده نمایی هستند

$\overline{B}(\theta)=\frac{1}{(1+E(B)\theta)}$, $F(\theta)=\frac{1}{1+E(S)\theta}$, $V(\theta)=\frac{1}{(1+E(V)\theta)}$, $E(B^2)=2\,E(B)$, $E(S^2)=2\,E(S)$ and $E(V^2)=2\,E(V)$ است

3- محاسبات عددی

$\lambda = 5$,	$E(B) = 1/15$,	$E(B) = 1/10$,	$E(B) = 1/2$
1/E(V)	E(Ws)	E(Ws)	E(Ws)
5	0.56	0.58	1.41
4	0.58	0.59	1.4
3	0.6	0.61	1.31
2	0.71	0.72	1.3
1	1.18	1.18	1.3

3-1- نمود تصویری



شکل 1

4- نتیجه گیری

مدل صف بندی سرویس دو فازی با بیکاری سرویس ورودی دار شده طراحی شده است. در این مدل بیکاری سرویس ورودی دار، تنها آن مشتریانی که هنگام شروع خدمت رسانی حالت دسته ای سرور در صف حشور دارند در نظر گرفته می شوند. خدمات برای ورود های بعدی تا مزانی که سرور فاز دوم خدمت فردی به دسته را به تکمیل برساند به تعویق می افتد. بر مبنای محاسبات عددی و نمود تصویری این حقیقت مشخص می شود که این نوع از مدلسازی در تحلیل موقعیت های خاصی مفید و کمک کنند است که در آن ها مستریان به خدمات در دو مرحله نیاز دارند که در مرحله اول خدمات اساساً از نوع ورودی دار شده هستند. در این مقاله، مفهوم جدیدی برای افتراق (جدایی) با استفاده از افتراق تصادفی برای کاهش تلاش های محسوب داشته برای یافتن یک مسیر ارائه شده است. تکنیک افتراق (جدایی) تصادفی برای به حداکثر رساندن قیاس پذیری و به حداقل رساندن پیچیدگی در شبکه های بزرگ است. نمایش تصویری نشان می دهد که افتراق تصادفی سرعت توابع مسیر یابی را بالا می برد.