آنتروپی شانون چند-مقیاسی و کاربرد آن در بازار سهام

نکات برجسته:

- یک مفهوم جدید آنتروپی شانون چند-مقیاسی[1] ارائه می‌شود؛
- DJIA توسط تجزیه و تحلیل‌های آنتروپی چند-مقیاسی مطالعه می‌شود؛
- قدرت پیش‌بینی آنتروپی چند-مقیاسی برای DJIA تجزیه و تحلیل می‌شود؛
- اطلاعات مفید دارای قدرت پیش‌بینی برای DJIA در دراز مدت هستند؛
- نویز دارای قدرت پیش‌بینی برای DJIA در کوتاه مدت است.

چکیده. در این مقاله، ما با استفاده از یک تجزیه و تحلیل آنتروپی چند-مقیاسی را روی شاخص متوسط صنعتی داوجونز[2] با استفاده از آنتروپی شانون انجام می‌دهیم. شاخص سهام، مشخصه‌ی آنتروپی چند-مقیاسی را که توسط نویز در بازار ایجاد می‌شود نشان می‌دهد. ثابت می‌شود که آنتروپی دارای توانایی پیش‌بینی قابل توجهی برای شاخص سهام هم در کوتاه مدت و هم در دراز مدت است و نتایج تجربی تایید می‌کنند که نویز در بازار وجود دارد و می‌تواند روی قیمت سهام تاثیر بگذارد. آن دارای پیامدهای مهمی برای شرکت کنندگان بازار، مانند معامله‌گران نویز است.

کلمات کلیدی: بازار سهام، پیش‌بینی، تجزیه‌ی ارزش منفرد، آنتروپی شانون چند-مقیاسی.

1. پیشگفتار

فرضیه‌ی بازار کارامد[3] (EMH)، که در دهه‌ی 1960 توسط فاما[4] [1] ارائه شده است، سنگ بنای تحقیقات مالی مدرن است. آن بیان می‌کند که اگر همه‌ی اطلاعات قابل دسترس در گذشته را بتوان در قیمت سهام منعکس کرد، بازار کارامد است. بدین ترتیب، قیمت سهام از یک رفتار قدم زدن تصادفی پیروی خواهد کرد و غیر قابل پیش‌بینی است.

---

[1] the multi-scale Shannon entropy
[2] theDowJones Industrial Average Index
[3] Efficient market hypothesis
[4] Fama

با این حال، به خوبی مستند شده است که EMH را نمی‌توان در بازار واقعی منعکس کرد، بدین معنا که قیمت سهام تا حدودی قابل پیش‌بینی است.

آنتروپی، مفهوم مهمی در علوم غیرخطی است. آن، معیار مهمی برای عدم قطعیت و پیچیدگی سیستم دینامیکی است. آنتروپی، به تازگی، برای مطالعه‌ی قابلیت پیش‌بینی بازار سهام مورد استفاده قرار گرفته است [2]. برای مثال، معصومی[۵] و همکاران [2] از آنتروپی متریک برای تشخیص قابلیت پیش‌بینی بازار سهام استفاده کردند و کشف کردند که در مقایسه با روش پیش‌بینی سنتی، آنتروپی متریک می‌تواند روابط غیر خطی بیشتری را به تصویر بکشد. اوم[۶] و همکاران [3] از آنتروپی متریک و شاخص هورست[۷] برای مطالعه‌ی قابلیت پیش‌بینی چند شاخص سهام استفاده کردند؛ آن‌ها کشف کردند که قابلیت پیش‌بینی یک شاخص سهام دارای ارتباط مثبتی با شاخص هورست و دارای ارتباط منفی با مقدار آنتروپی متریک است.

آنتروپی شانون، اندازه‌گیری اطلاعات موجود در یک سیستم است. مقدار بزرگتر آنتروپی شانون نشان دهنده‌ی این است که نیاز به اطلاعات بیشتری به منظور شناخت این سیستم توسط افراد است. کارایانی[۸] [4]، آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد[۹] را بر اساس ماتریس ضریب همبسته[۱۰] معرفی کرد و آنتروپی دارای قدرت پیش‌بینی شاخص متوسط صنعتی داوجونز است. با پیروی از کارایانی، گو[۱۱] و همکاران [5]، قدرت پیش‌بینی آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد را در بازار سهام شنژن[۱۲] چین مطالعه کردند. آن‌ها کشف کردند که قدرت پیش‌بینی، از شکست‌های ساختاری در بازار تاثیر می‌پذیرد و آن تنها پس از اصلاح سهام غیر قابل فروش، در شاخص مولفه‌ی شنژن کار می‌کند. این نتیجه‌ی جالبی است که تا حدودی از نتیجه‌ی کارایانی [4] متفاوت است.

---

[5] Maasoumi
[6] Eom
[7] Hurst
[8] Caraiani
[9] singular value decomposition entropy
[10] correlated coefficient matrix
[11] Gu
[12] Shenzhen

ما در این مقاله، مفهوم جدیدی از آنتروپی، آنتروپی شانون چند-مقیاسی، را معرفی می‌کنیم، و آن را در شاخص میانگین داوجونز به منظور تشخیص قدرت پیش‌بینی آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد (تکین) برای شاخص اعمال می‌کنیم. کارایانی [6] نشان می‌دهد که آن چه که در زمینه‌ی آنتروپی به عنوان یک معیار سیستمیک مشاهده شده است در زمینه‌ی ویژگی‌های محلی نیز قابل مشاهده است. ما در این راستا به تجزیه و تحلیل نتایج آنتروپی برای مقیاس‌های محلی مختلف برای بازارهای سهام کمک می‌کنیم.

ادامه‌ی مقاله به صورت زیر سازماندهی می‌شود: بخش 2 به مقدمه‌ای درباره‌ی آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد اختصاص داده می‌شود. بخش 3، یک تجزیه و تحلیل آنتروپی چند-مقیاسی برای شاخص میانگین صنعتی داوجونز است. قدرت پیش‌بینی آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد برای شاخص، در بخش 4 ارائه می‌شود. بخش 5، یک نتیجه‌ی گیری مختصر است.

2. آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد

2.1. آنتروپی شانون و تعمیم آن

مفهوم آنتروپی، ریشه در فیزیک دارد. در سال 1856، فیزیکدان آلمانی، کلاسیوس[13] [7]، برای اولین بار مفهوم آنتروپی را معرفی کرد، که برای توصیف پیچیدگی انرژی در فضا استفاده می‌شود. سپس، شانون [8]، آنتروپی را در زمینه‌ی علوم اطلاعات اعمال کرد و آن را برای سنجش میزان انتقال اطلاعات استفاده کرد. در یک سیستم، اگر P_i نشان دهنده‌ی احتمال وقوع یک رویداد باشد، در این صورت، $\log(P_i)$ - به عنوان میزان اطلاعات انتقال یافته از رویداد در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، میانگین آماری مقدار اطلاعات انتقالی از همه‌ی رویدادهای منفرد، $-\sum_i P_i \log(P_i)$، به عنوان اطلاعات انتقالی سیستم تعریف خواهد شد. مقدار میانگین آماری، آنتروپی اطلاعات یا آنتروپی شانون یک سیستم نامیده می‌شود و به صورت ent نوشته می‌شود. یعنی:

$$ent = -\sum_i P_i \log(P_i) . \qquad (1)$$

[13] Clausius

یک سیستم با آنتروپی شانون بالاتر دارای اطلاعات انتقالی بیشتری است، که نشان دهنده‌ی عدم قطعیت بالاتر است. متوجه می‌شویم که رویداد با احتمال وقوع بالاتر، اطلاعات کمتری را به سیستم منتقل می‌کند. در مقابل، رویداد با احتمال وقوع پایین‌تر، اطلاعات بیشتری را به سیستم منتقل می‌کند. به منظور متمایز ساختن میزان اطلاعاتی انتقالی، از رویداد با احتمالات وقوع متفاوت، ما آنتروپی شانون چند-مقیاسی زیر را معرفی می‌کنیم:

با فرض این که $P_1, P_2, \ldots, P_n$ توزیع احتمال است، برای هر $q \neq 0$، آنتروپی شانون مرتبه‌ی q را به صورت زیر تعریف کنید:

$$ent_q = \left[\sum_i P_i \left(\log P_i^{-1}\right)^q\right]^{1/q}. \tag{2}$$

برای مقیاس q=0، آنتروپی شانون مرتبه‌ی q را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$ent_q = \prod_i e^{P_i} \left(\log P_i^{-1}\right). \tag{3}$$

معادلات (2) و (3) به صورت مشترک به عنوان آنتروپی شانون تعمیم یافته یا آنتروپی شانون چند-مقیاسی تعریف می‌شود. به ویژه، آنتروپی شانون تعمیم یافته، هنگامی که q=1، آنتروپی شانون نرمال است.

آنتروپی شانون تعمیم یافته، مشخصه‌ی چند-مقیاسی یک سیستم را از چشم‌انداز انتقال اطلاعات توصیف می‌کند، که توان هورست تعمیم یافته است. برای مثال، شکل آنتروپی تعمیم یافته، ent_q، وابسته به مقیاس q است. برای q منفی، ent_q عمدتا اطلاعات انتقالی از رویدادهای با احتمال وقوع بالاتر را توصیف می‌کند. برای مثبت، ent_q عمدتا اطلاعات انتقالی از رویدادهای با احتمال وقوع پایین‌تر را توصیف می‌کند.

2.2. انتگرال چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد

کارایانی [4]، آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد را ارائه داد و قدرت پیش‌بینی آن برای شاخص میانگین صنعتی داوجونز را بررسی کرد. تعریف آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد در زیر ارائه می‌شود:

فرض کنید S_k، k-امین سهام تشکیل دهنده از یک شاخص سهام، $S_{k,t}$، آخرین قیمت (قیمت بستن) سهام k در لحظه‌ی t، ($y_{kt} = \log(S_{k,t}/S_{k,t-1})$) سری بازده لگاریتمی سهام k، و $A = (R_{i,j})$ ماتریس همبستگی شاخص سهام است. که در اینجا $R_{i,j}$ نشان دهنده‌ی همبستگی‌های پیرسن بین سهام i و j است، یعنی:

$$R_{i,j} = \frac{\langle (y_{it} - \langle y_{it} \rangle)(y_{jt} - \langle y_{jt} \rangle) \rangle}{\sigma_i \sigma_j} \tag{4}$$

که نشانگر میانگین بازده‌های سهام است، در حالی که σ_k انحراف استاندارد سری‌های بازده لگاریتمی سهام k است.

ما ماتریس‌های واحد U و V را برای عملی ساختن معادله‌ی زیر در نظر می‌گیریم:

$$A = USV^T \tag{5}$$

که در اینجا V^T ترانهاده‌ی ماتریس V است و $S = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p)$ یک ماتریس قطری است. معادله‌ی (5)، تجزیه‌ی مقدار منفرد ماتریس A است، که در اینجا $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ مقادیر منفرد (تکین) ماتریس A هستند، که مقادیر منفرد شاخص سهام نیز نامیده می‌شوند.

قرار دهید $\bar{\lambda}_i = \lambda_i / \sum_j \lambda_j$، که در اینجا $\sum_i \bar{\lambda}_i = 1$. آنتروپی شانون به صورت زیر است:

$$Ent = -\sum_i \bar{\lambda}_i \log\left(\bar{\lambda}_i\right). \tag{6}$$

این، آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد ماتریس همبستگی شاخص سهام، یا آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد شاخص سهام نامیده می‌شود. این یک اندازه‌گیری اطلاعات موجود در ماتریس همبستگی است.

در معادله‌ی (5)، مقادیر منفرد در ماتریس قطری، در ترتیب مقادیر عددی رتبه‌بندی می‌شوند. مقادیر منفرد همیشه سازگار با اهمیت اطلاعات در ماتریس همبستگی هستند. از [10] مشخص می‌شود که مقادیر منفرد بزرگتر رتبه‌بندی شده در جلو، میزان اطلاعات مفید را منعکس می‌کنند و مقادیر منفرد کوچکتر رتبه‌بندی شده در پشت، میزان نویز را منعکس می‌کنند. بنابراین، تکنیک تجزیه‌ی مقدار منفرد می‌تواند به گونه‌ای موثر انواع مختلف اطلاعات در ماتریس همبستگی را متمایز سازد.

آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد تعریف شده توسط معادله‌ی (6)، یک اندازه‌گیری کامپوزیت (مرکب) برای همه‌ی انواع اطلاعات است. به منظور سنجش، به ترتیب، میزان اطلاعات انتقالی مفید و نویز در ماتریس همبستگی، ما مفهوم آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد را بر اساس ماتریس همبستگی معرفی می‌کنیم.

برای هر مقیاس s، آنتروپی s-شانون زیر را داریم:

$$ENT_s = \left(\sum_i \bar{\lambda}_i \left(\log \bar{\lambda}_i^{-1} \right)^s \right)^{\frac{1}{s}} \tag{7}$$

برای $s \neq 0$:

$$ENT_s = \prod_i e^{\bar{\lambda}_i} \left(\log \bar{\lambda}_i^{-1} \right) \tag{8}$$

برای s=0، آن، آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد ماتریس همبستگی شاخص سهام، یا به طور مختصر، آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد شاخص سهام نامیده می‌شود. (نکته: این، متفاوت از آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد چند-مقیاسی ارائه شده توسط گو و شائو[۱۴] در [11] است.)

اگر ENTs برای مقیاس متفاوت s، یکسان باشند، در این صورت، شاخص سهام دارای مشخصه‌ی آنتروپی تک-مقیاسی است. در غیر این صورت، شاخص سهام دارای مشخصه‌ی آنتروپی چند-مقیاسی است. برای مقیاس منفی s، آنتروپی ENTs، میزان اطلاعات انتقالی مفید را منعکس می‌کند، و برای مقیاس s منفی، آنتروپی ENTs، میزان نویز در ماتریس همبستگی را منعکس می‌کند.

آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقیاس منفرد که در این مقاله ذکر شده است به ویژه به معنای این آنتروپی شانون چند-مقیاسی است.

3. تجزیه و تحلیل آنتروپی چند-مقیاسی برای DJIA

3.1. توصیف داده‌ها

[14] Gu and Shao

به عنوان کاربرد آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد در بازار سهام، ما یکی از شاخص‌های اصلی بازار سهام آمریکا، یعنی، شاخص میانگین صنعتی داو جونز (از این به بعد، DJIA)، را در نظر می‌گیریم. ما آخرین قیمت‌های روزانه‌ی شاخص میانگین صنعتی داو جونز و سهام مولفه‌ای آن را جمع‌آوری می‌کنیم. شاخص DJIA متشکل از سی سهام مولفه‌ای فهرست شده در جدول 1 است، که در میان آن‌ها ویزا (19 مارس 2008)، شرکت گروه گلدمن ساچس[15] (4 می 1999)، شرکت سیسکو سیستمز[16] (16 فوریه‌ی 1990)، و سه جدیدترین سهام فهرست شده قرار دارند، بنابراین، داده‌های قیمت این سه سهام حذف می‌شود. ما پوشش نمونه از 16 فوریه‌ی 1990 تا 30 ژون 2016 را انتخاب می‌کنیم (جمعا 6645 مشاهده). قیمت‌های سهام به طور مستقیم در پایگاه داده قرار داده می‌شوند و همه‌ی داده‌ها از وبسایت مالی یاهو به دست می‌آیند.

3.2. آنتروپی چند-مقیاسی DJIA

اندریدیس و سریتس [12]، DJIA را بررسی کردند و کشف کردند که این شاخص دارای مشخصه‌ی چند-فراکتالی است. در بخش زیر، ما ویژگی چند-مقیاسی این شاخص را از چشم‌انداز آنتروپی اطلاعات آشکار خواهیم کرد.

به منظور تست ویژگی چند-مقیاسی DJIA، ما ماتریس همبستگی این شاخص را با استفاده از معادلات (4) و (5) می‌سازیم و تجزیه‌ی مقدار منفرد را انجام می‌دهیم. نتایج تجربی در جدول 2 نشان داده شده‌اند.

جدول 1. سهام مولفه‌ای شاخص میانگین صنعتی داو جونز

شرکت	اختصار	شرکت	اختصار
Apple Inc.	AAPL	The Coca-Cola Company	KO
American Express Company	AXP	McDonald's Corporation	MCD
The Boeing Company	BA	3M Company	MMM
Caterpillar, Inc.	CAT	Merck & Company, Inc.	MRK
Cisco Systems, Inc.	CSCO	Microsoft Corporation	MSFT
Chevron Corporation	CVX	Nike, Inc.	NKE
E.I. du Pont de Nemours and Company	DD	Pfizer, Inc.	PFE
The Walt Disney Company	DIS	Procter & Gamble Company	PG
General Electric Company	GE	The Travelers Companies, Inc.	TRV
The Goldman Sachs Group, Inc.	GS	United Health Group incorporated	UNH
The Home Depot, Inc.	HD	United Technologies Corporation	UTX
International Business Machines Corporation	IBM	Visa	V
Intel Corporation	INTC	Verizon Communications Inc.	VZ
Johnson & Johnson	JNJ	Wal-Mart Stores, Inc.	WMT
JP Morgan Chase & Co.	JPM	Exxon Mobil Corporation	XOM

[15] Goldman Sachs Group, Inc
[16] Cisco Systems, Inc.

جدول 2. مقادیر منفرد DJIA

ترتیب	مقدار منفرد	ترتیب	مقدار منفرد	ترتیب	مقدار منفرد	ترتیب	مقدار منفرد
1	8.3128	8	0.6437	15	0.2203	22	0.0794
2	6.5013	9	0.5652	16	0.1827	23	0.0710
3	2.7504	10	0.5430	17	0.1592	24	0.0597
4	2.1868	11	0.4548	18	0.1355	25	0.0517
5	1.7089	12	0.3833	19	0.1201	26	0.0396
6	1.1769	13	0.2889	20	0.1117	27	6.8e−16
7	0.9147	14	0.2514	21	0.0872	28	6.8e−16

جدول 3. آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد

s	ENT_s	s	ENT_s
−150	1.2243	1	2.2548
−100	1.2292	5	3.3625
−50	1.2443	10	4.1898
−20	1.2892	20	5.8607
−10	1.3552	50	18.0479
−5	1.4610	100	26.2753
−1	1.7944	150	29.7797

در جدول 2، ما می‌توانیم کشف کنیم که شش مقدار منفرد اول DJIA، در سطح رقمی منفرد هستند، و از مقدار منفرد 7ام و 22ام، عدد در سطح دهک قرار می‌گیرد. از عدد 21ام تا 26ام، مقادیر منفرد DJIA، در سطح صدک (درصدی) قرار دارند، و پس از آن‌ها، مقادیر منفرد 27ام و 28ام در سطح 16-10 قرار دارند. این به وضوح نشان می‌دهد که اطلاعات مفید عمدتا توسط شش مقدار منفرد اول منعکس می‌شوند و نویز به صورت مرکزی توسط ده مقدار منفرد آخر، به ویژه دو مقدار آخر، منعکس می‌شود. ما می‌توانیم میزان اطلاعات مفید و نویز DJIA را با استفاده از آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد بر اساس مقیاس‌های مختلف اندازه‌گیری کنیم و دو بالاترین مقدار منفرد برابر با 8/3128 و 6/5013 هستند و دو پایین‌ترین مقدار منفرد، 6.8e-16 هستند.

جدول 3، ENTs آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد DJIA را هنگامی که مقیاس s، از 150- تا 150 تنظیم می‌شود نشان می‌دهد. ما می‌توانیم کشف کنیم که آنتروپی چند-مقیاسی ENTs به طور یکنواخت با افزایش مقیاس s افزایش می‌یابد، که به بدین معنا است که شاخص DJIA دارای مشخصه‌ی واضح آنتروپی چند-مقیاسی است.

با مشاهده‌ی بیشتر، می‌توان مشاهده کرد که ENTs برای هر مقیاس s منفی، بین 1/2 و 1/8 باقی می‌ماند، در حالی که با افزایش s از 1 تا 150، از 2/2548 تا 29/7797 افزایش می‌یابد. این نشان می‌دهد که ENTs آنتروپی DJIA

نسبت به مقیاس منفی حساس نیستند، اما نسبت به مقیاس مثبت حساس هستند. به عبارت دیگر، ویژگی چند-مقیاسی ENTs، تنها در سمت مقیاس مثبت ارائه می‌شود. برای s منفی، ENTs آنتروپی عمدتا میزان اطلاعات انتقالی مفید را می‌سنجد. برای s مثبت، ENTs آنتروپی عمدتا میزان نویز انتقالی را می‌سنجد. بنابراین، مشخصه‌ی چند-مقیاسی DJIA به طور عمده توسط انتقال نویز ایجاد می‌شود.

4. قدرت پیش‌بینی آنتروپی چند-مقیاسی برای DJIA

از بحث بالا می‌توان این گونه برداشت کرد که اطلاعات مفید و نویز دارای اثرات متفاوتی روی مشخصه‌ی چند-مقیاسی آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد DJIA هستند. ما در بخش زیر به ترتیب به مطالعه‌ی قدرت پیش‌بینی اطلاعات مفید و نویز در DJIA خواهیم پرداخت.

4.1. ساخت سری‌های آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد

ما سری‌های آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد را با استفاده از پنجره‌های زمانی متحرک محاسبه می‌کنیم. در کارایانی [4]، ما عرض پنجره‌ی زمانی متحرک را برابر با نصف سال تنظیم (تقریبا 126 مشاهده)، یک فصل از سال (تقریبا 63 مشاهده)، و یک ماه (تقریبا 22 مشاهده) تنظیم می‌کنیم. سپس، ما عرض پنجره را با y (یک سال)، hy (نصف سال)، q (یک چهارم سال)، و m (یک ماه) مشخص می‌کنیم. از معادله‌ی (7) می‌توان مشاهده کرد که ent(s) مربوط به مقیاس مثبت بزرگتر s، نویز بیشتر را منعکس می‌کند و ent(s) مربوط به مقیاس منفی بزرگتر s، اطلاعات مفیدتر را منعکس می‌کند. در جدول3 می‌توان مشاهده کرد که ent(s) به طور یکنواخت با مقیاس s افزایش می‌یابد. تفاوت‌های بین ent(50) و ent(-50)، برای متمایز ساختن اطلاعات و نویز به قدر کافی بزرگ هستند. بنابراین به منظور تطبیق اندازه‌گیری، ما به طور ثابت، مقیاس s را برابر با 50- و 50 قرار می‌دهیم.

برای هر عرض w در {y, hy, q, m} و هر مقیاس s در {-50, 50}، ما آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد DJIA را با استفاده از پنجره‌های زمانی متحرک با فرمول‌های (4)-(8) محاسبه می‌کنیم، که به صورت ENT^{w}_{s} نوشته می‌شود. با t که نشان دهنده‌ی تاریخ پایان پنجره است، ما می‌توانیم سری‌های آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد با عرض w و مقیاس s، یعنی $ENT^{w}_{s}(t)$، را به دست آوریم. برای مثال، ENT^{y}_{s} (1 ژانویه‌ی 1977) نشان دهنده‌ی آنتروپی

چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد با مقیاس s، محاسبه شده در پنجره‌ی یک ساله از 2 ژانویه‌ی 1976 تا 1 ژانویه‌ی 1977، است.

از طریق سری‌های آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد، محاسبه شده توسط پنجره‌های زمانی متحرک، ما می‌توانیم تغییرات پویای میزان و پیچیدگی اطلاعات در بازار را تحت این مقیاس‌های زمانی متفاوت مشاهده کنیم.

4.2. تجزیه و تحلیل آماری پایه

ما پردازش لگاریتمی را برای DJIA و این سری‌های آنتروپی ENY^w_s انجام می‌دهیم و سری‌های لگاریتمی را به صورت log(DJIA) و log(ENTws)، که به ترتیب نمایانگر DJIA و ENT^w_s هستند، مشخص می‌کنیم. جدول 4، آماری توصیفی این سری‌های را نشان می‌دهد. آن نشان می‌دهد که همه‌ی سری‌های آنتروپی دارای مقدار میانگین کوچکتر از DJIA هستند، و برای همه‌ی پنجره‌های زمانی w در {y, hy, q, m}، مقدار میانگین سری‌های آنتروپی ENT^w_s هنگامی که s=-50، منفی است، و هنگامی که s=50، مثبت است. همه‌ی سری‌های آنتروپی دارای نوسان کوچکتری از DJIA هستند، و نوسان سری‌های آنتروپی ENT^w_{-50} به طور قابل توجهی کوچکتر از ENT^w_{50} برای همه‌ی پنجره‌های زمانی w است. سری‌های آنتروپی ENT^w_s، برای هر پنجره‌ی زمانی در {y, hy, q}، هنگامی که s=-50، دارای چولگی[۱۷] چپ هستند، و هنگامی که s=50، دارای چولگی راست هستند، در حالی که سری‌های زمانی ENT^m_s همیشه دارای چولگی چپ هستند. سری‌های آنتروپی ENT^w_{-50} دارای kurtosis بزرگتر از سه برای همه‌ی پنجره‌های زمانی w هستند و سایر سری‌ها دارای kurtosis پایین‌تری هستند. همه‌ی سری‌ها از یک توزیع غیر-نرمال پیروی می‌کنند زیرا فرضیه‌ی پوچ توزیع نرمال، در سطح معنادار 1 درصد در تست Jarque–Bera رد می‌شود.

جدول 4. آزمون آمار توصیفی

---

[17] left-skewed

سری‌ها	میانگین	انحراف استاندارد	چولگی	Kurtosis	Jarque–Bera	P-value
DJIA	9.0781	0.5041	−0.8154	2.6235	746.2235	0.0000
ENT^{y}_{-50}	−0.4186	0.3739	−0.7819	3.4111	696.4823	0.0000
ENT^{y}_{50}	2.8891	0.0018	0.0996	2.5669	60.5317	0.0000
ENT^{hy}_{-50}	−0.4201	0.3214	−0.8378	3.2784	783.7229	0.0000
ENT^{hy}_{50}	2.8891	0.0016	0.0329	2.6662	31.4316	0.0000
ENT^{q}_{-50}	−0.4280	0.3187	−0.7569	3.3468	431.963	0.0000
ENT^{q}_{50}	2.8891	0.0016	0.0729	2.3788	558.836	0.0000
ENT^{m}_{-50}	−0.4442	0.3657	−1.1625	4.7958	2381.966	0.0000
ENT^{m}_{50}	2.9125	0.0017	−0.2202	2.6924	79.3442	0.0000

4.3. تست ایستایی (پایایی)[18]

ما قبل از انجام تست علیت گرنجر[19]، پایایی همه‌ی سری‌های زمانی را با استفاده از آزمون ریشه‌ی واحد ADF بررسی می‌کنیم. جدول 5، نتایج آزمون ریشه‌ی واحد ADF را ارائه می‌دهد.

از جدول 5 مشاهده می‌شود که همه‌ی سری‌های آنتروپی $ENT^{w'}_{s}$ پایا (ثابت) هستند زیرا فرضیه‌ی پوچِ داشتن ریشه‌ی واحد، در سطح معنادار 1درصد توسط آزمون عرض از مبدا عامل ثابت[20] یا روند[21] و عرض از مبدا ثابت، رد می‌شود. اگرچه DJIA با تفاضل (تفاوت) مرتبه یک ادقام می‌شود، زیرا فرضیه‌ی پوچِ داشتن ریشه‌ی واحد، در سطح معنادار 10 درصد رد می‌شود، اما آن می‌تواند در سطح معنادار 1 درصد با تفاضل مرتبه‌ی اول رد شود.

جدول 5. آزمون ریشه‌ی واحد

سری‌ها	سطح			تفاضل		
	هیچ	عرض از مبداء ثابت	روند و عرض از مبداء ثابت	هیچ	عرض از مبداء ثابت	روند و عرض از مبداء ثابت
DJIA	2.2184	−1.6783	−2.0031	−60.447***	−60.517***	−6.5175***
ENT^{y}_{-50}	−3.6460***	−5.5987***	−5.7280***			
ENT^{y}_{50}	−0.1026	−4.3912***	−4.5054***			
ENT^{hy}_{-50}	−4.8759***	−8.3102***	−8.3393***			
ENT^{hy}_{50}	−0.1039	−7.0377***	−7.1313***			
ENT^{q}_{50}	−7.5341***	−13.293***	−13.455***			
ENT^{q}_{50}	0.0324	−11.578***	−11.794***			
ENT^{m}_{50}	−7.4245***	−20.925***	−21.679***			
ENT^{m}_{50}	−0.0550	−18.151***	−18.992***			

[18] Stationarity test
[19] Granger causality test
[20] intercept
[21] trend

نکته: مقادیر در جدول، t -آمار هستند. *،** و *** به ترتیب نشان می‌دهند که آمار در سطئح 10، 5 و 1 درصد معنادار است.

4.4. آزمون علیت گرنجر خطی

4.4.1. روش آزمون

آزمون علیت گرنجر، ابزار مفیدی برای تست قدر پیش‌بینی یک متغییر اقتصادی نسبت به دیگری است. گرنجر [13]، این پرسش را بررسی کرد که آیا متغییر x، متغییر y را بر اساس نظریه‌ی پیش‌بینی ایجاد می‌کند. متغییر y نمی‌تواند توسط متغییر x ایجاد شود اگر

$$MSE\left[\hat{E}(Y_{t+j}|Y_t, Y_{t-1}, \ldots)\right] = MSE\left[\hat{E}(Y_{t+j}|Y_t, Y_{t-1}, \ldots, x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots)\right] \tag{9}$$

برای هر j=1,2,... که در اینجا $MSE = \frac{1}{j}\sum_{k=1}^{j}\left(\hat{y}_{t+k} - y_{t+k}\right)^2$ خطای میانگین-مربع است.

مدل خود-رگرسیون بردار (VAR)، یک ابزار معرفی شده توسط سیمز[22] [14،15] برای نمایش همبستگی خطی در میان چند سری زمانی است. VAR(p) زیر را می‌توان برای تست علیت گرنجر دو سری ثابت x_t و y_t استفاده کرد:

$$x_t = a_1 + \sum_{j=1}^{p}\beta_{1j}x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p}\gamma_{1j}y_{t-j} + a_{1t} \tag{10}$$

$$y_t = \alpha_2 + \sum_{j=1}^{p}\beta_{2j}x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p}\gamma_{2}y_{t-j} + a_{2t}. \tag{11}$$

a_{1t} و a_{2t} دو جمله‌ی اختلال تصادفی[23] هستند، p طول پست افت (تاخیر) بهینه‌ی[24] به دست آمده توسط معیار AIC است. اگر $\beta_{2j}=0$ برای همه‌ی j=1,2,...,p در معادله‌ی (11) ثابت شود، در این صورت، این فرضیه‌ی پوچ که x، علت گرنجر y_t نیست درست است.

---
[22] Sims
[23] random disturbance
[24] optimal lag length

متوجه می‌شویم که اگر هر دنباله‌ای بین x_t و y_t غیر ثابت (ناپایدار) باشد، در این صورت، این روش نمی‌تواند کار کند. بنابراین، توداد و یاماموتا[25] [16]، یک مدل VAR گسترده را ارائه دادند که نیاز به پایداری سری‌های زمانی در عمل ندارد.

$$x_t = \alpha_1 + \sum_{j=1}^{p+d_{\max}} \beta_{1j} x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p+d_{\max}} \gamma_{1j} y_{t-j} + a_{1t} \quad (12)$$

$$x_t = \alpha_2 + \sum_{j=1}^{p+d_{\max}} \beta_{2j} x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p+d_{\max}} \gamma_{2j} y_{t-j} + a_{2t}. \quad (13)$$

D_{max}، مرتبه‌ی انتگرال ماکسیمال x_t و y_t است. اگر x_t، علت گرنجر y_t نباشد، در این صورت، $\beta_{2i} = 0$ برای همه‌ی $j=1,2,\dots,p$ در معادله‌ی (13) ثابت می‌شود، که می‌تواند آزمون ضریب ولد[26]، تست شود. برای سادگی، ما این آزمون را علیت گرنجر Y-T می‌نامیم. از آنجایی که این آزمون بر اساس مدل VAR و تحت تاثیر روابط خطی بین متغییرها است، ما آن را آزمون علیت گرنجر خطی می‌نامیم.

4.4.2. نتایج آزمون

از آزمون ریشه‌ی واحد ADF می‌دانیم که همه‌ی سری‌های آنتروپی ENT_s^w، ثابت (پایدار) هستند، اما سری‌های شاخص DJIA، با تفاضل مرتبه‌ی یک انتگرال گرفته می‌شوند. بنابراین، ما آزمون علیت گرنجر Y-T را به منظور مطالعه‌ی علیت از آنتروپی تا شاخص به کار می‌گیریم. نتایج در جدول 6 نشان داده شده‌اند، که در آن، مرتبه‌های تاخیر بهینه، توسط معیار AIC مشخص می‌شوند.

جدول 6. آزمون علیت گرنجر T-Y

فرضیه‌ی پوچ	تاخیر	F -آمار (احتمال)	کای دو-آمار (احتمال)
ENT_{-50}^{y} علت گرنجر DJIA نیست	6	1.0049 (0.4200)	6.0298 (0.4199)
ENT_{50}^{y} علت گرنجر DJIA نیست	7	0.2966 (0.9555)	2.0765 (0.9555)
ENT_{-50}^{hy} علت گرنجر DJIA نیست	6	1.0785 (0.3726)	6.4712 (0.3725)
ENT_{50}^{hy} علت گرنجر DJIA نیست	8	0.4610 (0.8840)	3.6884 (0.8841)
ENT_{-50}^{q} علت گرنجر DJIA نیست	4	1.0665 (0.3713)	4.2662 (0.3712)
ENT_{50}^{q} علت گرنجر DJIA نیست	8	0.4297 (0.9039)	3.4383 (0.9039)
ENT_{-50}^{m} علت گرنجر DJIA نیست	3	1.6945 (0.1659)	5.0837 (0.1658)
ENT_{50}^{m} علت گرنجر DJIA نیست	6	0.6494 (0.6907)	3.8965 (0.6907)

25 Toda and Yamamoto
26 the Wald coefficient test

می‌توان مشاهده کرد که برای همه‌ی پنجره‌های زمانی w، آنتروپی‌های چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد ENT_s^w، علت‌های گرنجر خطی DJIA برای مقیاس s=-50 یا s=50 نیستند، همانطور که این فرضیه‌ی پوچ که ENT_s^w، علت گرنجر DJIA نیست، صرف نظر از قضاوت از چشم‌انداز F-آمار یا کای-دو-آمار، در سطح معنادار 10٪ رد نمی‌شود. این نشان می‌دهد که اطلاعات مفید و نویز دارای توان پیش‌بینی در DJIA نیستند.

متوجه می‌شویمکه آزمون علیت گرنجر خطی بر اساس این فرضیه است که ارتباطی خطی بین متغییرها وجود دارد. بیک و براک [17] اشاره کردند که آزمون علیت گرنجر خطی می‌تواند انحراف ایجاد کند اگر ارتباط بین متغییرها غیرخطی باشد. بنابراین لازم است که ما روی همبستگی بین DJIA و سری‌های آنتروپی ENT_s^w، آزمون‌های غیرخطی انجام دهیم، از جمله آزمون‌های علیت گرنجر غیر خطی.

4.5. آزمون علیت گرنجر غیر خطی

4.5.1. روش آزمون

یک فرضیه‌ی اساسی در آزمون علیت گرنجر خطی این است که همبستگی‌های خطی بین متغییرها وجود دارد [18]. با این حال، همبستگی بین متغییرهای مالی اغلب به دلیل تاثیر بحران مالی، تغییر خط‌مشی و سایر رویدادها غیر خطی است [19]. اگر غیر خطی بودن نادیده گرفته شود، نتیجه‌ی آزمون علیت گرنجر خطی ممکن است دارای انحرافات قابل توجهی باشد [20،21]. بنابراین، دیکس و پانچنکو[27] [22]، ازمون ناپارامتری جدیدی را برای علیت گرنجر غیر خطی معرفی کردند که به صورت زیر می‌توان آن را بیان کرد:

فرض کنید $\{x_t\}$ و $\{y_t\}$ دو سری ثابت و $X_t^{l_x} = (x_{t-l_x+1}, \ldots, x_t), Y_t^{l_y} = (y_{t-l_x+1}, \ldots, y_t)$ دو بردار تاخیر باشند که $l_x, l_y \geq 1$. این فرضیه‌ی پوچ که y_t نمی‌تواند علت گرنجر غیر خطی x_t باشد بدین معنا است که مشاهدات $X_t^{l_x}$ شامل هیچ اطلاعات اضافی (به جز در $Y_t^{l_y}$) درباره‌ی y_{t+1} نیستند.

$$H_0 : y_{t+1} \left| \left(X_t^{l_x}; Y_t^{l_y}\right) \sim y_{t+1} \right| Y_t^{l_y}. \tag{14}$$

[27] Diks and Panchenko

ما قرار می‌دهیم $W_t = \left(X_t^{l_x}, Y_t^{l_y}, z_t\right)$، که $z_t = y_{t+1}$. بنابراین فرمول (14) دلالت بر این دارد که توزیع $\left(X_t^{l_x}, Y_t^{l_y}, z_t\right)$ ناوردا است. اگر ما شاخص زمان را نادیده بگیریم و فرض کنیم $l_x = l_y = 1$، در این صورت فرمول (14) دلالت بر این دارد که توزیع z هنگامی که $(x, y) = (u, v)$، یکسان با z هنگامی که y=v، است. با در نظر گرفتن توزیع مشترک، فرمول (14) بازسازی می‌شود، تابع چگالی مشترک $f_{x,y,z}(u, v, w)$ و تابع چگالی حاشیه‌ای آن باید در معادله‌ی زیر صدق کنند:

$$\frac{f_{x,y,z}(u, v, w)}{f_y(v)} = \frac{f_{x,y}(u, v)}{f_y(v)} \cdot \frac{f_{y,z}(v, w)}{f_y(v)}. \tag{15}$$

دیکس و پانچنکو [22] اشاره کردند که فرضیه‌ی پوچ دلالت بر این دارد که:

$$q \equiv E\left[f_{x,y,z}(x, y, z) f_y(y) - f_{x,y}(x, y) f_{y,z}(y, z)\right] = 0. \tag{16}$$

با فرض این که $\hat{f}_W(W_i)$ براوردگر چگالی محلی یک بردار تصادفی d_W-متغییر W در W_i است، آن به صورت $\hat{f}_W(W_i) = (2\varepsilon_n)^{-d_W}(n-1)^{-1}\sum_{j:j\neq i} I_{ij}^W$ تعریف می‌شود که در اینجا $I_{ij}^W = I\left(\|W_i - W_j\| < \varepsilon_n\right)$، با تابع شاخص $I(.)$، پهنای باند ε_n، و اندازه‌ی نمونه‌ی n. بنابراین، فرمول زیر، نسخه‌ی نمونه‌ی مقیاس‌بندی شده‌ی q در (16) است:

$$T_n(\varepsilon_n) = \frac{n-1}{n(n-2)}\sum_i \left(\hat{f}_{x,y,z}(x_i, z_i, y_i)\hat{f}_y(y_i) - \hat{f}_{x,y}(x_i, y_i)\hat{f}_{y,z}(y_i, z_i)\right). \tag{17}$$

دیکس و پانچنکو [22] کشف کردند که برای $l_x = l_y = 1$، اگر $\varepsilon_n = C_n^{-\beta}\ (C > 0, (1/4) < \beta < (1/3))$، در این صورت معادله‌ی (17) در فرمول زیر صدق می‌کند:

$$\sqrt{n}\frac{(T_n(\varepsilon_n) - q)}{S_n} \xrightarrow{D} N(0, 1) \tag{18}$$

که در اینجا $\xrightarrow{D}$ نشان دهنده‌ی همگرایی در توزیع است و S_n یک براوردگر واریانس تقریبی $T_n(.)$ است. با استفاده از روش دیکس و پانچنکو، ما یک آزمون یک-طرفه را اجرا می‌کنیم. فرضیه‌ی پوچ در صورتی رد خواهد شد که سمت چپ فرمول (18) بسیار بزرگ باشد. برای سادگی، ما این آزمون را آزمون علیت گرنجر D-P می‌نامیم.

4.5.2. نتیجه‌ی آزمون

به منظور تجزیه و تحلیل این که آیا ارتباط غیر خطی بین DJIA و سری‌های آنتروپی ENT_s^{w} وجود دارد، ما فیلتراسیون‌های خطی را برای DJIA و ENT_s^{w} با استفاده از مدل VAR انجام می‌دهیم. ما سپس بررسی می‌کنیم که آیا باقیمانده‌های VAR مستقل و دارای توزیع یکسان (یکنواخت) (از این به بعد، i.i.d) هستند. جدول 7، نتایج آزمون آماری BDS برای باقیمانده‌های از VAR(1) را ارائه می‌دهد.

جدول 7. آزمون غیر خطی بودن برای VAR-باقیمانده‌های DJIA

VAR(1)	BDS statistic				
	m				
	2	3	4	5	6
DJIA ENT^{y}_{-50}	0.0175***	0.0396***	0.0565***	0.0678***	0.0734***
DJIA ENT^{y}_{50}	0.0174***	0.0396***	0.0564***	0.0678***	0.0734***
DJIA ENT^{hy}_{-50}	0.0175***	0.0396***	0.0564***	0.0676***	0.0731***
DJIA ENT^{hy}_{50}	0.0175***	0.0396***	0.0565***	0.0676***	0.0731***
DJIA ENT^{q}_{-50}	0.0176***	0.0396***	0.0563***	0.0675***	0.0731***
DJIA ENT^{q}_{50}	0.0176***	0.0396***	0.0563***	0.0675***	0.0731***
DJIA ENT^{m}_{-50}	0.0173***	0.0389***	0.0553***	0.0662***	0.0717***
DJIA ENT^{m}_{50}	0.0173***	0.0390***	0.0553***	0.0663***	0.0717***

نکته: m بعد نشانده شده است. *، **، و *** نشان دهنده‌ی رد فرضیه‌ی پوچ در به ترتیب سطوح 10، 5 و 1 درصد هستند.

از جدول 7 می‌توان مشاهده کرد که نتایج آزمون آماری BDS برای همه‌ی سری‌های باقیمانده‌ی DJIA، به طور معناداری، فرضیه‌ی پوچ را در سطح 1 درصد رد می‌کنند. هنگامی که آزمون آماری BDS روی باقیمانده‌های ENT_s^{w} اعمال می‌شود، نتایج یکسانی رخ می‌دهند. این نشان می‌دهد که برای هر پنجره‌ی زمانی w و هر مقیاس s، ارتباط غیر خطی بین سری‌های آنتروپی ENT_s^{w} و شاخص DJIA وجود دارد. بنابراین ما می‌توانیم ارتباط علیت غیر خطی بین سری‌های آنتروپی ENT_s^{w} و DJIA را تشخیص دهیم.

در ابتدا، ما علیت غیر خطی بین ENT_s^{w} و DJIA را مستقیما با استفاده از آزمون علیت گرنجر D-P هدایت می‌کنیم. از آن جایی که ENT_s^{w} ثابت هستند و DJIA با تفاضل مرتبه-اول انتگرال گرفته می‌شود (ادغام می‌شود)، آزمون علیت گرنجر D-P، در سری‌های ENT_s^{w} و تفاضل مرتبه-اول DJIA اعمال می‌شود. نتایج در جدول 8 ارائه شده‌اند.

جدول 8. علیت گرنجر D-P غیر خطی برای سری‌های سطح

فرضیه‌ی پوچ	سری‌های سطح			
	Lag			
	1	2	3	4
ENT^{y}_{-50} علت گرنجر DJIA نیست	2.815 (0.002)	2.803 (0.002)	1.819 (0.034)	1.275 (0.101)
ENT^{y}_{50} علت گرنجر DJIA نیست	2.105 (0.017)	1.955 (0.025)	1.048 (0.147)	0.828 (0.203)
ENT^{hy}_{-50} علت گرنجر DJIA نیست	1.419 (0.077)	0.810 (0.208)	−0.332 (0.630)	−0.471 (0.681)
ENT^{hy}_{50} علت گرنجر DJIA نیست	0.739 (0.229)	0.567 (0.285)	0.030 (0.487)	0.094 (0.462)
ENT^{q}_{-50} علت گرنجر DJIA نیست	3.928 (0.000)	3.521 (0.000)	2.913 (0.001)	2.773 (0.002)
ENT^{q}_{50} علت گرنجر DJIA نیست	3.515 (0.000)	2.955 (0.001)	2.018 (0.021)	1.713 (0.043)
ENT^{m}_{-50} علت گرنجر DJIA نیست	4.199 (0.00)	3.608 (0.000)	2.621 (0.004)	2.005 (0.022)
ENT^{m}_{50} علت گرنجر DJIA نیست	3.903 (0.000)	3.121 (0.000)	1.849 (0.032)	1.582 (0.056)

نکته: 1) سری‌های شاخص، سری‌های دیفرانسیلی DJIA هستند. 2) مقادیر در جدول، T–آمار هستند و مقادیر در براکت‌ها p-مقدار آمار مربوطه هستند.

جدول 8 نشان می‌دهد که برای مقیاس s=-50، این فرضیه‌ی پوچ که ENT^{hy}_{-50}، علت گرنجر غیر خطی DJIA نیست به طور معناداری در سطح 10 درصد برای تاخیر 1 رد می‌شود و فرضیه‌ی پوچ به طور معناداری در سطح 1 درصد برای سایر تاخیرها رد می‌شود، که نشان دهنده‌ی این است که اطلاعات مفید دارای قدرت پیش‌بینی روی شاخص DJIA در طولانی مدت (حداقل یک سال) هستند. اگرچه، برای مقیاس s=50، این فرضیه‌ی پوچ که ENT^{hy}_{50}، علت گرنجر DJIA نیست را نمی‌توان از تاخیر 1 تا 4 در سطح 10 درصد رد کرد، اما سایر فرضیات پوچ را می‌توان به طور معناداری در سطح 5 درصد برای برخی تاخیرها رد کرد. این نتایج ناپایدار ممکن است توسط انحرافات ناشی از تفاضل (تفاوت) سری‌ها ایجاد شده باشند.

اگرچه، قدرت پیش‌بینی اطلاعات مفید نسبت به شاخص DJIA کشف شده است، محاسبه‌ی تفاوت (تفاضل) ممکن است متجر به از دست دادن برخی از اطلاعات مفید در سری‌ها شود، که این امر ممکن است موجب انحراف در نتایج شود. بنابراین ما آزمون علیت گرنجر D-P را برای باقیمانده‌های VAR به منظور تایید قدرت پیش‌بینی آنتروپی چندگانه‌ی تجزیه‌ی مقدار منفرد $ENT^{w_1}_{s}$ نسبت DJIA انجام می‌دهیم. در اینجا ما از VAR(1) برای فلیتر کردن ارتباط خطی بین $ENT^{w_1}_{s}$ و DJIA استفاده می‌کنیم، و سپس آزمون علیت گرنجر D-P، روی باقیمانده‌های VAR(1)برای نمایش ارتباط علیت غیر خطی بین این دو سری اعمال می‌شود. نتایج در جدول 9 ارائه شده‌اند.

جدول 9. آزمون علیت گرنجر غیر خطی برای باقیمانده‌های VAR(1)

فرضیه‌ی پوچ	T-آمار (احتمال)			
	تاخیر			
	1	2	3	4
ENT^{y}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	3.114 (0.000)	2.308 (0.010)	1.020 (0.153)v	0.593 (0.276)
ENT^{y}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	−2.426 (0.992)	−2.759 (0.997)	−2.938 (0.998)	−2.602 (0.995)
ENT^{hy}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	0.388 (0.348)	0.504 (0.307)	−0.042 (0.517)	0.162 (0.435)
ENT^{hy}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	−1.017 (0.845)	−1.348 (0.911)	−1.262 (0.896)	−1.085 (0.861)
ENT^{q}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	2.469 (0.006)	2.952 (0.001)	3.580 (0.000)	3.877 (0.000)
ENT^{q}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	−1.083 (0.860)	−0.517 (0.697)	−0.537 (0.704)	−0.220 (0.587)
ENT^{m}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	3.003 (0.001)	2.810 (0.002)	2.679 (0.003)	2.317 (0.010)
ENT^{m}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	1.728 (0.041)	2.118 (0.017)	1.495 (0.067)	1.681 (0.046)

جدول 9 نشان می‌دهد که برای مقیاس s=50، تنها این فرضیه‌ی پوچ که ENT^{m}_{50}، علت گرنجر غیر خطی DJIA نیست به طور معناداری در سطح 5 درصد برای تاخیرهای 1، 2، و 4، و در سطح 10 درصد برای تاخیر 3 رد می‌شود، که نشان دهنده‌ی این است که نویز، تنها دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به شاخص DJIA در کوتاه مدت (تقریبا یک ماه) است. اگرچه برای مقیاس s=-50، این فرضیه‌ی پوچ که ENT^{hy}_{-50} علت گرنجر غیر خطی DJIA نیست را نمی‌توان در سطح 10 درصد برای تاخیر از 1 تا 4 رد کرد، اما فرضیات پوچ دیگر را می‌تواند در سطح 5 درصد برای برخی از تاخیرها رد کرد. این نتایج ناپایدار ناشی از ارتباط خطی موجود درسری‌های باقیمانده‌ها هستند. علاوه‌براین، ما از VAR(k)، که k در اینجا مرتبه‌ی تاخیر بهینه است، برای فیلتر ارتباط خطی بین ENT^{w}_{s} و DJIA استفاده می‌کنیم و سپس آزمون علیت گرنجر D-P را روی باقیمانده‌های VAR(k) اعما می‌کنیم. نتایج در جدول 10 ارائه شده‌اند.

جدول 10. آزمون علیت گرنجر غیر خطی برای باقیمانده‌های YAR(k)

فرضیه‌ی پوچ	T-آمار (احتمال)			
	تاخیر			
	1	2	3	4
ENT^{y}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	3.114 (0.000)	2.308 (0.010)	1.020 (0.153)v	0.593 (0.276)
ENT^{y}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	−2.426 (0.992)	−2.759 (0.997)	−2.938 (0.998)	−2.602 (0.995)
ENT^{hy}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	0.388 (0.348)	0.504 (0.307)	−0.042 (0.517)	0.162 (0.435)
ENT^{hy}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	−1.017 (0.845)	−1.348 (0.911)	−1.262 (0.896)	−1.085 (0.861)
ENT^{q}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	2.469 (0.006)	2.952 (0.001)	3.580 (0.000)	3.877 (0.000)
ENT^{q}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	−1.083 (0.860)	−0.517 (0.697)	−0.537 (0.704)	−0.220 (0.587)
ENT^{m}_{-50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	3.003 (0.001)	2.810 (0.002)	2.679 (0.003)	2.317 (0.010)
ENT^{m}_{50} علت گرنجر $DJIA$ نیست	1.728 (0.041)	2.118 (0.017)	1.495 (0.067)	1.681 (0.046)

با توجه به جدول 10، ما کشف می‌کنیم که نویز تنها دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به شاخص DJIA در کوتاه-مدت (تقریبا یک ماه) است. این فرضیه‌ی پوچ که ENT^{w}_{-50} غلت گرنجر غیر خطی DJIA نیست به طور معناداری در سطح

5 درصد برای تاخیر از 1 تا 4 رد می‌شود، که نشان دهنده‌ی این است که اطلاعات مفید دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به شاخص DJIA در طولانی مدت (حداقل یک سال) هستند.

5. نتیجه‌گیری

کارایانی [4] پیش از این به بررسی قدرت پیش‌بینی آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد نسبت به بازار سهام پرداخته است. او کشف کرد که این آنتروپی دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به شاخص میانگین صنعتی داو جونز (DJIA) است. با استفاده از آزمون علیت گرنجر خطی، گو و همکاران [5] کشف کردند که قدرت پیش‌بینی این آنتروپی برای شاخص مولفه‌ای شنزن، از شکست‌های ساختاری در بازار هنگام به کارگیری آزمون علیت گرنجر خطی در بازار سهام چین تاثیر می‌پذیرد. از یک سو، آنتروپی تجزیه‌ی مقدار منفرد کارایانی، توسط ماتریس ضریب همبستگی پیرسن، که تنها می‌تواند اطلاعات همبستگی (خطی) ساده بین قیمت سهام را منعکس کند، محاسبه می‌شود. از سوی دیگر، بازارهای سهام همیشه برخی مشخصات غیرخطی را نمایش می‌دهند. بنابراین، برخی انحرافات قابل توجه می‌توانند در نتایج به دست آمده توسط آزمون علیت گرنجر خطی ظاهر شوند [18،20،21].

ما یک مفهوم جدید آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد را معرفی می‌کنیم. ما تجزیه و تحلیل آنتروپی چند-مقیاسی را برای شاخص DJIA انجام می‌دهیم و کشف می‌کنیم که این شاخص دارای مشخصه‌ی آنتروپی چند-مقیاسی است، که عمدتا به وسیله‌ی انتقال نویز در بازار سهام ایجاد می‌شود.

با استفاده از تجزیه و تحلیل علیت گرنجر خطی و غیر خطی، ما قدرت پیش‌بینی آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد نسبت به شاخص DJIA را می‌سنجیم. از چشم‌انداز خطی بودن، اطلاعات مفید و نویز دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به شاخص DJIA نیستند. اگرچه از چشم‌انداز غیر خطی بودن، اطلاعات مفید دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به این شاخص در طولانی مدت (حداقل یک سال) هستند، و نویز تنها دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به این شاخص در کوتاه مدت (تقریبا یک ماه) است. این بدان معنا است که هر دوی اطلاعات مفید و نویز دارای قدرت پیش‌بینی نسبت به شاخص سهام هستند، اما ظرفیت پیش‌بینی آن‌ها (دوره‌ی پیش‌بینی)، متفاوت است، و این قدرت پیش‌بینی، از طریق مکانیسم غیر خطی ارائه می‌شود، نه از طریق مکانیسم خطی ساده.

مفهوم آنتروپی چند-مقیاسی تجزیه‌ی مقدار منفرد، که در این مقاله ارائه شده است، به طور خلاقانه به توصیف مشخصه‌ی چند-مقیاسی سیستم پیچیده از چشم‌انداز انفورماتیک می‌پردازد. از طریق تجزیه و تحلیل آنتروپی چند-مقیاسی روی شاخص DJIA، ما نه تنهای درباره‌ی ویژگی چند-مقیاسی می‌آموزیم بلکه همچنین کشف می‌کنیم که قدرت پیش‌بینی اطلاعات مفید و قدرت پیش‌بینی نویز برای شاخص دارای تفاوت‌های آشکاری هستند. نتایج ما نه تنها این نظریه‌ی تجاری نویز که «نویز در بازار وجود دارد و می‌تواند روی قیمت سهام اثر بگذارد» را تایید می‌کنند بلکه همچنین دارای مقدار (ارزش) مرجع برای سرمایه‌گذاران بازار سهام، به ویژه تاجران نویز، هستند.

آنتروپی بالاتر دلالت بر درجه‌ی بالاتر عدم قطعیت بازار دارد. وجود علیت گرنجر غیر خطی از آنتروپی تا بازده سهام دارای پیامدهای ضمنی مهمی برای قیمت‌گذاری دارایی است. اولا، آن نشان می‌دهد که عدم قطعیت بازار را می‌توان به عنوان یک پیش‌بینی کننده‌ی بازده سهام در نظر گرفت. پیش‌بینی بازده سهام بسیار مشکل است. به خوبی مستند شده است که مدل‌های اقتصادی دارای عملکرد بدتری در پیش‌بینی بازده سهام هستند. این یافته نشان می‌دهد که معیار آنتروپی ممکن است روش بالقوه‌ای را برای حل مساله‌ی پیش‌بینی بازده‌های سهام فراهم کند. دوما، قابلیت پیش‌بینی از آنتروپی تا بازده سهام همچنین دلالت بر ناکارامدی بازار دارد. سوما، وجود سیگنال‌های علیت غیر خطی مبنی بر این که ارتباط بین ریسک و بازده، خطی نیست، ایده‌ی ارتباط خطی بازده-ریسک در ناحیه‌ی مالی مدرن را به چالش می‌کشد و مغلوب می‌کند.