برنامه ناظر وضعیت فاصله برای سیستم های متفاوت غیرخطی زمان

چکیده

این مقاله به طراحی برنامه ناظران فاصله برای سیستم‌های متغیر خطی زمان (LTV) و یک گروه از سیستم‌های متغیر غیرخطی زمان در شکل استاندارد خروجی اختصاص داده شده است. اگر محاسبه سود بدست آمده ناظر برای برآورد همکاری و ثبات پویایی خطا محتمل باشد. طراحی ناظر فاصله امکان‌پذیر است. نشان داده شده است که تحت برخی شرایط آرام همکاری یک سیستم LTV می‌تواند با یک تبدیل خطی استاتیک مختصات تضمین شود. بهره‌وری از روش پیشنهادی از طریق شبیه سازی عددی نشان داده شده است.

1. مقدمه

مسئله برآورد بردار وضعیت غیرقابل اندازه‌گیری بسیار قابل بحث است و راه‌حل آن مد نظر بسیاری از برنامه های کاربردی است. در برخی از مواقع به علت وجود عدم قطعیت (پارامتری و یا سیگنال) طراحی برآوردگر ذرات نقطه‌ای استاندارد ، مورد توجه در حالت بدون صدا برای مقدار ایده آل وضعیت، امکان‌پذیر نیست.

با این حال، یک برآورد فاصله امکان پذیر باقی می‌ماند. با برآورد فاصله و یا مجموعه عضو، ما به ناظری دست می‌یابیم که با استفاده از اطلاعات ورودی و خروجی، تقریب بیرونی مجموعه‌ای از مقادیر (فاصله) قابل قبول را برای برای وضعیتی در هر لحظه از زمان محاسبه می‌نماید. گروه دیگری از برنامه‌های کاربردی به طور مستقیم به ارزیابی مجموعه‌ای از مقادیر قابل قبول برای وضعیت یک سیستم نامشخص می‌پردازند (که می تواند هدف برآورد در برخی از سیستم‌های تشخیص گسل، در زیست شناسی یا شیمی باشد)، برنامه ناظران فاصله به عنوان یکی راه حل‌های این مسئله پیشنهاد شده‌اند.

روش‌های متعددی برای طراحی ناظران فاصله وجود دارد. این مقاله چارچوب طراحی ناظر فاصله را بر اساس تئوری سیستم یکنواخت دنبال می‌نماید. این رویکرد به تازگی برای سیستم‌های غیرخطی با استفاده از نمایش متغیر پارامتر خطی (LPV) با ماتریس‌های کوچک و بزرگ شناخته شده و برای سیستم‌های غیرخطی

قابل‌مشاهده شرح و بسط داده شده است. یکی از پیچیده‌ترین فرضیات طراحی برنامه ناظر فاصله، با پرداختن به همکاری پویایی برآورد خطا فاصله، در بخش‌های 10 و 16 تا حدی حل شده است. نشان داده شده است که تحت برخی از شرایط آرام استفاده از تحول شباهت، یک ماتریس هورویتز می تواند به ماتریس‌های هورویتز و متزلر تبدیل شود(همکاری).ماتریس تحول یک راه حل معادله سیلوستر است، یک روش مفید برای محاسبه این راه حل در بخش [16] آورده شده است.

هدف از این کار توسعه رویکرد طراحی ناظر فاصله برای سیستم‌هایب با ماتریس‌های غیرثابت وابسته به سیگنال‌های ورودی خروجی قابل اندازه‌گیری و زمان است. به منظور حل این مشکل یک بخش پیوست از شکل نتیجه [16] ارائه شده است، که امکان محاسبه ماتریس ثابت تحول شباهت را با نمایش یک فاصله زمانی معین در فاصله ماتریس متزلر فراهم می‌آورد. این نتیجه را می‌توان برای طراحی ناظران فاصله برای سیستم‌های LPV با بردار اندازه‌گیری پارامترهای برنامه‌ریزی و یا سیستم LTV مورد استفاده قرار داد که اساس تازگی کار است. دو نمونه از چنین سیستم‌هایی در این مقاله در نظر گرفته شده است: سیستم LTV و مدل بی‌نظم لورنز (به عنوان یک سیستم غیرخطی در خروجی استاندارد).

این مقاله به شرح زیر می‌باشد. برخی از حقایق اساسی از نظریه تخمین فاصله در بخش2 داده شده است.نتیجه اصلی در بخش 3 شرح داده شده است.نمونه‌هایی از شبیه سازی رایانه ای در بخش 4 ارائه شده است.

2. مراحل اولیه

حالت اقلیدسی برای یک بردار $x \in \mathbb{R}^n$ به صورت $|x|$مشخص خواهد شد، و برای ورودی کراندار قابل اندازه‌گیری و اساساً موضعی $u : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}\ (\mathbb{R}_+ = \{\tau \in \mathbb{R} : \tau \geq 0\})$ نماد $||u||_{[t_0,t_1]}$ نشان‌دهنده حالت L_∞ می‌باشد.

$$||u||_{[t_0,t_1]} = ess\sup\{|u(t)|, t \in [t_0, t_1]\},$$

اگر $t_1 = +\infty$ باشد ،پس ما بسادگی خواهیم نوشت$||u||$. ما مجموعه‌ای از همه u ورودی را با ویژگی $||u|| < \infty$ به صورت $\mathcal{L}_\infty$نشان خواهیم داد. دنباله‌ای از اعداد صحیح $1, ..., k$ به صورت $\overline{1,k}$ مشخص می‌سازیم. نمادهایI_n وE_n به ترتیب ماتریس واحد و ماتریس با تمام عناصر برابر 1 (با ابعاد $n \times n$) را نشان می‌دهند. برای یک ماتریس$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$و بردار مقادیر ویژه آن به صورت $\lambda(A)$, $||A||_{max} = \max_{i=\overline{1,n},j=\overline{1,n}} |A_{i,j}|$ (روش عددی ماکزیمم، ، که تابع ضربی نیست) و $||A||_2 = \sqrt{\max_{i=\overline{1,n}} \lambda_i(A^{\mathrm{T}}A)}$ (ناشی از روش ماتریس L_2) مشخص شده است. رابطه

$$||A||_{max} \leq ||A||_2 \leq n||A||_{max} \tag{1}$$

بین این روش‌ها به دست آمده است.

برای دو بردار $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ و یا ماتریس‌های $A_1, A_2 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ رابطه $x_1 \leq x_2$ و$A_1 \leq A_2$ عددی می‌باشد. رابطه $P \succ 0$به این معناست که ماتریس $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس همیشه مثبت است. با تعیین $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ همیشه $A^+ = \max\{0, A\}$, $A^- = A^+ - A$ می‌شود.

فرض اولیه 1: اگر $x \in \mathbb{R}^n$ باشد $\underline{x} \leq x \leq \overline{x}$ برای برخی $\underline{x}, \overline{x} \in \mathbb{R}^n$ و$A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ یک ماتریس ثابت باشد، پس

$$A^+\underline{x} - A^-\overline{x} \leq Ax \leq A^+\overline{x} - A^-\underline{x} \tag{2}$$

اثبات توجه داشته باشد که $Ax = (A^+ - A^-)x$می باشد که برای $\underline{x} \leq x \leq \overline{x}$ برآوردهای لازم را به دست می‌دهد.

یک ماتریس $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ هورویتز نامیده می‌شود، اگر همه مقادیر ویژه آن نقش‌های واقعی منفی داشته باشند و مارتیلز نامیده می‌شود، اگر همه‌ی عناصر خارج از قطر اصلی آن غیرمنفی باشند. هر راه‌حل سیستم خطی

$$\dot{x} = Ax + \omega(t),\ \omega : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n_+,$$

با $x \in \mathbb{R}^n$ و یک ماتریس A متزلر برای همه $t \geq 0$ غیرمنفی عددی است به شرطی که $x(0) \geq 0$ همچنین سیستم‌های پویا مشارکتی (یکنواخت) نامیده می‌شوند.

فرضیه اوله 2. $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$، $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ و $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$ به دست می‌آیند، اگر یک ماتریس $L \in \mathbb{R}^{n\times p}$ وجود داشته باشد چنانکه ماتریس‌های LC–A و R مقدار ویژه یکسانی داشته باشند، پس $a\ S \in \mathbb{R}^{n\times n}$ وجود دارد چنانکه $R = S^{-1}(A - LC)S$ به شرطی که جفت‌های $(A - LC, e_1)$ و (R, e_2) برای برخی $e_1 \in \mathbb{R}^{1\times n},\ e_2 \in \mathbb{R}^{1\times n}$ قابل مشاهده باشد.

این نتیجه در بخش (16) برای طراحی ناظر فاصله برای سیستم‌های نامتغیر زمان خطی با ماتریس متزیلر R استفاده شده است. مشکل اصلی اثبات وجود ماتریس واقعی S و فراهم آوردن روش سودمند محاسبه‌ی آن است.

3. نتیجه اصلی

در این مقاله ما مدل‌های زیر را از سیستم متغیر زمان غیرخطی بررسی می‌نماییم:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t, y, u)x + f(t, x, u, \varrho), \\ y &= C(t, u)x, \end{aligned} \tag{3}$$

که $x \in \mathbb{R}^n,\ u \in \mathbb{R}^m,\ y \in \mathbb{R}^p$ ثابت هستند، ورودی و خروجی سیستم (3) $\varrho \in \Theta \subset \mathbb{R}^q$ بردار سیگنال‌ها و پارامترهای ناشناخته است، مجموعه فشرده Θ تعیین شده و تابع ماتریس $A : \mathbb{R}^{p+m+1} \to \mathbb{R}^{n\times n}$، $C : \mathbb{R}^{m+1} \to \mathbb{R}^{p\times n}$ و تابع $f : \mathbb{R}^{n+m+q+1} \to \mathbb{R}^{n\times m}$ تعیین شده است. مقادیر ثابت $u(t) \in \mathcal{L}_\infty$ و $y(t) \in \mathcal{L}_\infty$ شناخته شده هستند. در این مقاله وضعیت را بدون اندازه‌گیری پارازیت می‌سنجیم، نتیجه به دست آمده را می‌توان به وضعیت دارای پارازیت در مرحله اندازه‌گیری تعمیم داد، این تعمیم به منظور خلاصه‌سازی حذف شده است. با اختصاص $\theta(t) = [t\ y\ u]^{\mathrm{T}}$ می‌توانیم سیستم شماره 3 را در قالب شبه LPV با یک بردار زمان‌بندی قابل‌اندازه‌گیری بازنویسی نماییم.

بسیاری از آثار در مورد طراحی ناظر فاصله به حالت ماتریس ثابت A پرداخته‌اند(یا تحت برخی تحولات خطای برآورد می‌تواند در افزایش ناظر Lنمایش داده شود که همچنین می‌توان $A - LC$ را ماتریس هورویتز و متزیلر دانست. در مقاله حاضر، قصد داریم از چنین محدودیت‌هایی اجتناب نماییم، ابتدا به فرضیات زیر نیاز داریم:

فرضیه 1: با $||x|| \leq X,\ ||u|| \leq U\ and\ ||y|| \leq Y$ عبارات ثابت $X > 0$، $U > 0$ و $Y > 0$ تعیین می‌شوند.

بی‌کران بودن وضعیت x و ورودی u فرض استانداردی در نظریه تخمین است.

فرضیه 2: اگر $\underline{x} \leq x \leq \overline{x}$ برای برخی از $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ و $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$، پس $\underline{f}(t, \underline{x}, \overline{x}, u) \leq f(t, x, u, \varrho) \leq \overline{f}(t, \underline{x}, \overline{x}, u)$ برای برخی از $\underline{f} : \mathbb{R}^{2n+m+1} \to \mathbb{R}^n,\ \overline{f} : \mathbb{R}^{2n+m+1} \to \mathbb{R}^n$ و همه $t \geq 0$، $||u|| \leq U,\ \varrho \in \Theta$ می‌شود.

فرضیه 3: توابع ماتریس $L : \mathbb{R}^{p+m+1} \to \mathbb{R}^{n \times p},\ P : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^{n \times n},\ P(\cdot) = P(\cdot)^T \succ 0$ وجود دارد چنانچه برای همه $t \geq 0$ و $||u|| \leq U,\ ||y|| \leq Y$ وجود دارد:

$$\begin{gathered} p_1 I_n \preceq P(t) \preceq p_2 I_n,\ p_1, p_2 > 0; \\ \dot{P}(t) + D(t, y, u)^T P(t) + P(t) D(t, y, u) + P(t)^2 + Q \preceq 0, \\ D(t, y, u) = A(t, y, u) - L(t, y, u) C(t, u),\ Q = Q^T \succ 0. \end{gathered}$$

فرضیه 2 بیان می‌دارد که اگر دامنه‌های $\underline{x}, \overline{x}$ در مقدار ثابت x تعیین شود، پس مقادیر تابع غیر خطی f در فاصله $[\underline{f}, \overline{f}]$ برای همه $\varrho \in \Theta$ محدود است. (برای تابع f پیوسته، محاسبه $\underline{f}, \overline{f}$ برای $\underline{x}, \overline{x}$مشخص شده و حالت محدب Θ یک عملگر روزانه در حساب فاصله است. در فرض 3 افزایش ناظر $L(t, y, u)$ معرفی شده است، که ثبات ماتریس متغیر زمان $D(t, y, u)$ را با ماتریس تابع لیاپونو P(t) مشخص می‌کند. این فرض شرایط ثبات جامع پویایی تخمین را اثبات می‌نماید. به واسطه فرض 1 ماتریسA در حوزه فشرده متغیر است، پس متغیر پارامتر خطی یا نتایج سیستم 1، 2، 14، 9 می‌تواند برای محاسبه فرض 3 استفاده شود. اگر

پس این فرضیه یک الزام قراردادی برای سیستم‌های متغیر زمان خطی است. علاوه بر این $D(t,y,u) = D(t)$ اگر D(t) دوره‌ای باشد، پس این نابرابری می‌تواند به عنوان یک معادله متفاوت حل شود. تحت این فرضیه اگر همچنین فرض نماییم که ماتریس D متزیلر است، پس ناظر فاصله زیر می‌تواند طراحی شود:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A(t,y,u)\underline{x} + \underline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) + L(t,y,u)[y - C(t,u)\underline{x}], \\ \dot{\overline{x}} &= A(t,y,u)\overline{x} + \overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) + L(t,y,u)[y - C(t,u)\overline{x}]. \end{aligned} \quad (4)$$

قضیه1. اگر فرضیات 1 تا 3 حفظ شوند، و ماتریس $D(t,y,u)$ برای همه $t \geq 0$ و $||u|| \leq U,\ ||y|| \leq Y$،متزیلر باشد، پس باید یکی از شرایط زیر حاصل شود.

1. اگر $(t,\underline{x},\overline{x},u)| < +\infty,\ |\overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u)| < +\infty$

2. برای هر $t \geq 0$ می شود $||u|| \leq U$ و همه $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ می‌شود $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$

$$\begin{gathered} |f(t,x,u,\varrho) - \underline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u)|^2 + |\overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) - f(t,x,u,\varrho)|^2 \leq \\ \beta|x - \underline{x}|^2 + \beta|\overline{x} - x|^2 + \alpha \end{gathered}$$

برای برخی $\alpha \in \mathbb{R}_+,\ \beta \in \mathbb{R}_+$ و

$$\beta I_n - Q + R \preceq 0,\ R = R^{\mathrm{T}} \succ 0.$$

پس در موارد 3 و 4 متغیرهای $\underline{x}(t)$و $\overline{x}(t)$ برای همه $t > 0$ کراندار باقی می‌ماند و

$$\underline{x}(t) \leq x(t) \leq \overline{x}(t)$$

می‌شودبه شvطی که $\underline{x}(0) \leq x(0) \leq \overline{x}(0)$

اثبات: خطای برآورد فاصله $\overline{e} = \overline{x} - x,\ \underline{e} = x - \underline{x}$ بررسی نمایید

$$\dot{\underline{e}} = D(t,y,u)\underline{e} + f(t,x,u,\varrho) - \underline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u),$$
$$\dot{\overline{e}} = D(t,y,u)\overline{e} + \overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) - f(t,x,u,\varrho).$$

به واسطه فرضیه 2 برای ماتریس متزیلر D برای همه $t \geq 0$ ویژگی‌های $f[t,x(t),u(t),\varrho] \geq \underline{f}[t,\underline{x}(t),\overline{x}(t),u(t)]$ و $\overline{f}[t,\underline{x}(t),\overline{x}(t),u(t)] \geq f[t,x(t),u(t),\varrho]$ به دست می‌آید و

$$\underline{x}(t) \leq x(t) \leq \overline{x}(t)$$

به شرطی که $\underline{x}(0) \leq x(0) \leq \overline{x}(0)$ برای اثبات اینکه متغیرهای $\underline{x}(t),\, \overline{x}(t)$ کراندار هستند، تابع لیاپونو $V = \underline{e}^{\mathrm{T}}P(t)\underline{e} + \overline{e}^{\mathrm{T}}P(t)\overline{e}$ را بررسی نمایید

$$\begin{aligned}
\dot{V} \;\; = \;\; & \underline{e}^{\mathrm{T}}[\dot{P}(t) + D(t,y,u)^{\mathrm{T}}P(t) + P(t)D(t,y,u)]\underline{e} + \\
& \overline{e}^{\mathrm{T}}[\dot{P}(t) + D(t,y,u)^{\mathrm{T}}P(t) + P(t)D(t,y,u)]\overline{e} + \\
& 2\underline{e}^{\mathrm{T}}P(t)[f(t,x,u,\varrho) - \underline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u)] + \\
& 2\overline{e}^{\mathrm{T}}P(t)[\overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) - f(t,x,u,\varrho)].
\end{aligned}$$

به واسطه فرض 3 برابری می‌تواند به صورت زیر بازنویسی شود

$$\dot{V} \leq -\overline{e}^{\mathrm{T}}Q\overline{e} - \underline{e}^{\mathrm{T}}Q\underline{e} +$$
$$|f(t,x,u,\varrho) - \underline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u)|^2 + |\overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) - f(t,x,u,\varrho)|^2.$$

اگر اولین شرط از قضیه صادق باشد، عبارت $|f(t,x,u,\varrho) - \underline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u)|$ و $|\overline{f}(t,\underline{x},\overline{x},u) - f(t,x,u,\varrho)|$ برای هر $t \geq 0,\, ||x|| \leq X,\, ||u|| \leq U,\, \varrho \in \Theta$ و همه $\underline{x} \in \mathbb{R}^n,\, \overline{x} \in \mathbb{R}^n$ کراندار هستندو شرایط قضیه حفظ می‌شوند پس این رابطه می‌شود

$$\dot{V} \leq -\overline{e}^{\mathrm{T}}R\overline{e} - \underline{e}^{\mathrm{T}}R\underline{e} + \alpha,$$

نتایج قضیه 1 بیشتر بر اساس فرض محدودکننده ای است که ماتریس D در نظریه برآورد معمول‌تر فرض می‌شود (کراندار بودن ثابت x و خروجی u در فرض 1، وجود تابع بزرگ برای قالب f فرض 2، وجود افزایش

ناظر L با انطباق ماتریس P در فرضیه 3، پیوستگی یا کراندار بودن f، و ثبات f در قضیه 1). برای ماتریس D این فرضیه در فرض اولیه 2 اثبات شده، که در شرایط فرضیه 3 نشان داده شده است.

در نهایت، در قضیه4 بدین صورت به دست می‌آید:

$$D_a = \begin{bmatrix} -0.632 & 0 \\ 0 & -4.368 \end{bmatrix},\ \Delta = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 \end{bmatrix},$$
$$R = \begin{bmatrix} -2 & 1.8 \\ 1.8 & -3 \end{bmatrix},\ S = \begin{bmatrix} 0.796 & -0.605 \\ 0.605 & 0.796 \end{bmatrix}.$$

بنابراین، تمام شرایط قضیه 2 معتبر است و نتایج حاصل از شبیه سازی از ناظر فاصله به دست آمده ارائه شده در شکل 3 برای هر دو مختصات ارائه شده است. در این مثال عرض فاصله تخمینی نیز از پیش توسط مدل عدم قطعیت $b(t)$تعریف شده است.

5. نتیجه گیری

این مقاله به طرح فاصله ناظر برای سیستم های LTV و سیستم‌های غیرخطی با زمان متغیر به صورت خروجی استاندارد اختصاص داده شده است. این اولین بار است که ناظر فاصله برای سیستم‌هایی با زمان متغیر یک ماتریس D غیرمتزلر طراحی شده است. تبدیل استاتیک A مختصات با نقشه یک سیستم پایدار LPV به یک سیستم LPV دیگر که پایدار و مشارکتی است پیشنهاد شده است. بنابراین این فرض که که افزایش نظارت است که باعث پویایی خطا برآورد ثبات و مشارکت می‌شود، بررسی شده است. افزایش ناظر برای اطمینان ثبات خطا برآورد به طور معمول، که در کنار تبدیل استاتیک مختصات پیشنهاد شده است، مشارکت لازم را فراهم می کند. کارایی در نمونه‌هایی از شبیه سازی رایانه ای نشان داده شده است.

تخفیف تقارن ماتریس Da در شرایط فرض اولیه 3 معرفی شده است و شرایط ثبات مورد استفاده در فرض 3 جهت تحقیقات آینده است.