



ارائه شده توسط:

سایت ترجمه فا

مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده

از نشریات معتبر

# کاربرد ابعادی از زنجیره ی مارکوف در مدل سینتیکی از خردایش و دانه بندی

## مقدمه

برای توصیف انتقال ذرات در امتداد مختصات اصلی در یک آسیاب و انتقال ذرات از یک بخش به بخش دیگر مدل زنجیره ای دو بعدی Markov پیشنهاد شده است که با استفاده از این مدل می توان تمام پارامترهای خردایش در یک آسیاب که به صورت پیوسته کار می کند برای یک حالت پایدار و همچنین برای یک دوره گذار محاسبه کرد. در این مدل با استفاده از ماتریسی که از خردایش و دانه بندی تشکیل شده است به طور معمول برای توصیف این فرآیند استفاده می شود.

## بحث

هدف از این تحقیق دستیابی به یک مدل ریاضی برای محاسبه و تجزیه و تحلیل خردایش پیوسته همراه با حرکات تصادفی ذره در داخل آسیاب است از آنجا که فرایند خردایش نیز یک فرآیند تصادفی است بنابراین ما انتطابق این دو فرآیند تصادفی را خواهیم داشت و ابزار مناسبی که برای این منظور استفاده می شود استفاده از زنجیره مارکوف است. تئوری مارکوف برای مدل سازی دانه بندی و خردایش موفق بود. در عین حال با مشکلاتی نیز همراه بود.

زنجیر مارکوف نمونه یک فرآیندی است که با در نظر گرفتن فضای نمونه ای از یک مسئله (مجموعه از همه نتایج ممکن از یک فرآیند تصادفی) محدود می شود. مدل زنجیره ای مارکوف وقتی که زمان به صورت مقادیر مجزا داده شود ساده می شود و لذا ماتریس احتمال انتقال ذره و ماتریس جبر ابزار اولیه برای مدل سازی یک فرآیند می باشد. استفاده از این مدل برای محاسبه زمان ماند توزیع ذرات در داخل آسیاب های مختلف و برای پارامتر های دیگر خردایش مناسب بود با این حال این مدل ها در مختصات فضایی و تغییر در اندازه ذرات به طور جداگانه بررسی شده است.

## اصل مفهوم و معادلات حاکم

به منظور ساخت یک مدل ساده با فرض اینکه جریان ذرات از یک فضای خردایش به وسیله یک مدل یک بعدی با مختصات  $Y$  توصیف شود. همچنین با فرض اینکه طول آسیاب از  $n$  بخش و  $n$  فضا از سلول های کاملاً مخلوط تشکیل شده است. توزیع انداز ذرات با بخش هایی با اندازه  $m$  و با عرض محدود است. بنابراین یک ذره در داخل آسیاب می تواند متعلق به یکی از بخش های فضایی با توجه به رنج اندازه ذرات در نظر گرفته شده باشد. که حالت کلی این فرآیند در شکل یک نشان داده شده است.

تعداد  $m \times n$  سلول ارائه شده در داخل آسیاب (خردایش) است. همچنین یک ستون بیشتر از سلول های مشخص شده با شاخص " $a$ " و به عنوان حالت جاذب (ذرات کوچکی که به هم جذب شده اند) نشان داده شده است که مجموعاً  $2D$  آرایه از سلول ها با ابعاد  $m \times (n+1)$  تشکیل شده است. مجموعه فضای نمونه ای سلول های تشکیل شده در این مسئله: ش

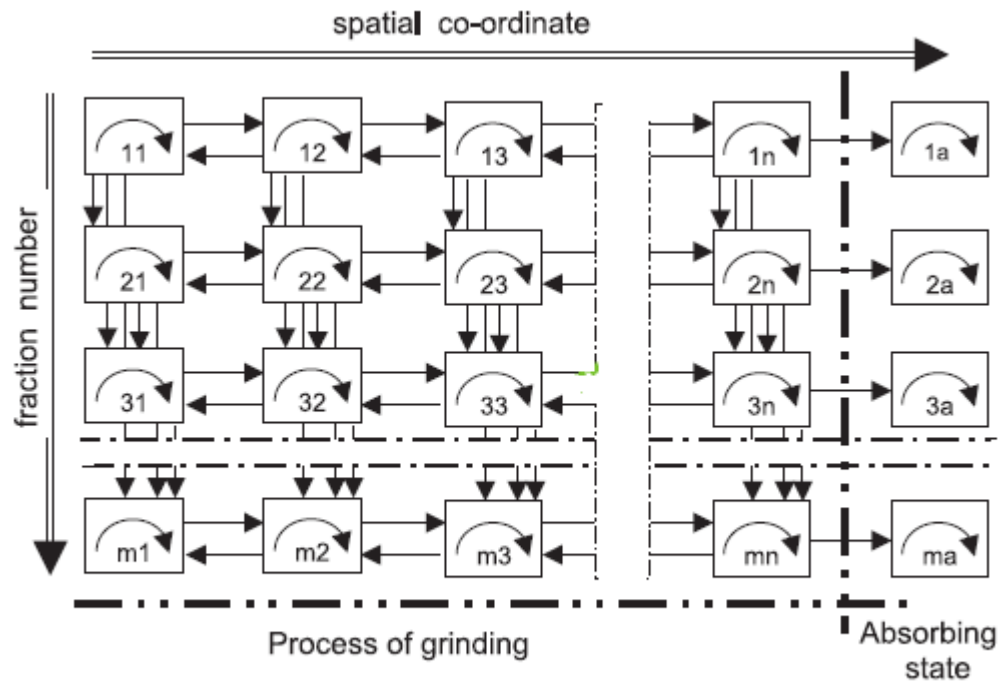


Fig. 1. A cell model of the process.

عامل تمامی فرآیندهای تصادفی حرکت یک ذره به داخل آسیاب به بخش هایی با اندازه بزرگتر یک ماتریس باید مجموعه ای از احتمالات که ممکن است به وجود آید را داشته باشد به طوری که ماتریس  $S_{ij}$  احتمال اینکه ذره در سلول  $ij$  اشغال شده است را نشان می دهد و بدیهی است که جمع تمامی این احتمالات برابر صفر است.

$$ST = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1a} \\ S_{21} & S_{11} & \dots & S_{2a} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{m1} & S_{m2} & \dots & S_{ma} \end{bmatrix} \quad (1)$$

هدف از یک مدل با در نظر گرفتن زمان به صورت پیوسته پیش بینی حالت ماتریس در یک لحظه از زمان  $t$  است اگر ماتریس داده شده در  $t=T_0$  (معمولاً  $T_0=0$ ) است با این حال مدل زیر با گسسته گرفتن لحظات 2 و  $k=1$

و  $t_k = k\Delta t$  که در آن  $\Delta t$  مدت زمان انتقال یا زمان انتقال است. بنابراین هدف از این مدل سازی پیش بینی حالت ماتریس بعد از  $k$  انتقال است در صورتی که حالت اولیه ماتریس داده شده باشد. تغییری که در حالت ماتریس بعد از انتقال صورت می گیرد ناشی از انتقال ذرات به سلول دیگر است (پیکان های شکل یک) در هر حال یک ذره احتمال دارد که در داخل سلول بماند با اندازه دیگری در ستون جابجا شود (خردایش صورت بگیرد) و انتقال رو به جلو و یا عقب در داخل ردیف داشته باشد.

انتقال در داخل ستون با هر اندازه کوچکتر نسبت به اندازه اولیه ( $j=1$ ) مربوط به بزرگترین بخش اندازه و کوچکترین اندازه ( $j = -$ ) انتقال به بخش فیزیکی مربوط به سلول های همسایه است. یک ذره در یک سلول می تواند احتمال انتقال معینی را داشته باشد که مجموعه ای از تمامی این احتمالات انتقال به شکل ماتریس  $P$  نشان داده می شود

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & P_{32} & P_{33} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P_{mn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P_{na} & I \end{bmatrix} \quad (2)$$

ماتریس  $P$  متشکل شده است از  $(n+1) \times (n+1)$  بلوک که ماتریس قطر اصلی آن شامل ماتریس احتمال انتقال در درون ستون که اندازه آن  $m \times m$  است و ماتریس احتمال انتقال برای انتقال رو به جلو و عقب در ردیف های سلول (بین

ستون ها) که در همسایگی قطر اصلی قرار می گیرند. بنابراین اندازه ماتریس  $P$  شامل  $m(n+1) \times m(n+1)$  می باشد. ستون های مربوط به حالت جذب توسط ماتریس واحد  $I$  ارائه شده است  $P_{aa} = I$  هر ستون از ماتریس  $P$  حاوی همه امکان احتمال انتقال برای سلول  $ij$  است. برای توصیف احتمال انتقال ماتریس  $ST$  از یک حالت به حالت دیگر حالت برداری انتقال یافته ان به شکل زیر است.

$$S = [S_{11} \dots S_{m1} \ S_{12} \dots S_{m2} \dots S_{ma}]' \quad (3)$$

و اندازه  $S$  به شکل  $m \times 1$   $(n+1)$  است و بعد از انتقال به حالت برداری خواهیم داشت

$$S^{k+1} = PS^k \quad (4)$$

واضح است که احتمال انتقال وابسته است به بخشی از اندازه مهمترین مشکل این است که آیا آنها وابسته به حالت ذره هستند یا نه. به هر حال ماتریس  $P$  می تواند به صورت مستقل در نظر گرفته شود و می توان تمامی فرایند مدل سازی را به صورت خطی در نظر گرفت

$$S^k = P^k S^0 \quad (5)$$

جاییکه  $S^0$  حالت برداری اولیه برای به دست آوردن ماتریس اولیه است. اگر تعداد ذرات در آسیاب زیاد باشد ماتریس احتمال می تواند توسط تمامی این ذرات اشغال شود که در نتیجه ذرات بر اساس مقدراره اندازه و آن بخش از

فضایی که اشغال کرده اند تقسیم بندی می شوند. اگر بر طبق مشاهدات ما کاملاً بخشی از مقدار جرم مد نظر به آسیاب تریق شود و در ابتدا توزیع آن  $S^0$  باشد پارامترهای فرایند به راحتی می تواند توسط رابطه های زیر بیان شود.

مکان توقف

$$M_j = \sum_{i=1}^m S_{ij},$$

ذرات در  $j$  (6)

امین بخش از

فضای اشغال شده در آسیاب

برای محاسبه توقف کل در آسیاب داریم

$$M = \sum_{j=1}^n M_j, \quad (7)$$

برای محاسبه توزیع اندازه در ژامین بخش فضایی داریم

$$f_{ij} = \frac{S_{ij}}{M_j} \quad (8)$$

همچنین برای محاسبه حد اکثر ظرفیت مکان توقف ذرات در ژامین بخش از فضای داخل آسیاب

$$\dot{M}_j = \sum_{i=1}^m S_{ij} P_{(i,j+1)(i,j)}. \quad (9)$$



توزیع بخشی از ذرات به طور کامل در داخل آسیاب مانند یک حالت ناپایدار است. یک مورد جالب تر در مورد بار دهی پیوسته به آسیاب است با فرض اینکه مقدار مواد در حال تزریق به داخل آسیاب بیش از بیش از مقدار سلول هایی است که توسط ماتریس  $ST^0$  و یا حالت برداری  $S^0$  است.

سلول های پر شده از مواد پس از 1، 2، 3، ... و  $K$  و مجموع همه حالات برداری با مجموعه خودشان داریم

$$\begin{aligned} S_{\Sigma}^k &= S^0 + S^1 + S^2 + \dots + S^k \\ &= (I + P + P^2 + \dots + P^k)S^0. \end{aligned} \quad (10)$$

در رابطه بالا برای تمامی حالات ممکن در محفظه خردایش یک توزیع جانبی با حالت پایدار شکل گرفته است. اگر از ماتریس احتمال انتقال و از حالت برداری آن تمامی همه عناصر مربوط به سلول های جذب را حذف کنیم ماتریس  $P_m$  با اندازه  $mn \times mn$  و حالت برداری  $S_m$  با اندازه  $mn \times 1$  را خواهیم داشت همچنین وقتی در این معادله  $k \rightarrow \infty$  میل می کند ما یک توزیع مجانب خواهیم داشت.

$$S_{m\Sigma}^{\infty} = (Im - Pm)^{-1}S^0 \quad (11)$$

در رابطه بالا  $I_m$  ماتریس واحد به اندازه  $P_m$  است همچنین لازم به ذکر است که روابطه 12 و 13 تنها برای حالت ثابت ماتریس احتمال انتقال در مسائل خطی صحیح است و برای محاسبه پارامترهای فرآیند در درون آسیاب تفاوتی بین  $S$  و  $S_m$  وجود ندارد و معادلات 8 و 11 به همان شکل اولیه وجود دارند. بنابراین اگر ماتریس  $P$  شناخته شده باشد با استفاده از مدل به طور کامل

همه پارامترهای فرآیند نه تنها برای حالت پایدار بلکه برای انتقال دوره ای را نیز می توان محاسبه نمود. در گام بعد مدل سازی تلاش برای ارتباط عناصر با مدل های شناخته شده از خردایش و دانه بندی است.

## تجزیه ماتریس انتقال

به منظور کاهش بلوک های ماتریس  $P$  به بلوک های شناخته شده برخی از موارد آن بررسی خواهد شد فرض اول اینکه خردایش در تمام فرآیند اتفاق نمی افتد در این حالت همه بلوک های  $P_{ij}$  قطری می شود و مفهوم آن این است که انتقال با بیش از اندازه واقعی ممنوع می شود. هر مقدار با اندازه ای بیش از حد به صورت طولی در امتداد آسیاب حرکت می کنند. که این حرکت می تواند توسط ماتریس  $C$  بیان شود که با در نظر گرفتن شرایطی به ماتریس دانه بندی تبدیل می شود.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & C_{32} & C_{33} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C_{na} & I \end{bmatrix} \quad (12)$$

فرض دوم اینکه هیچ جریان ذره ای در طول آسیاب وجود ندارد که خردایش مستقلی در هر بخش از فضای آسیاب به ما بدهد و در این حالت انتقال محوری ذرات وجود ندارد و تنها انتقال عرضی ذرات وجود دارد و ماتریس خردایش آن به شکل زیر می باشد.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{G}_{22} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{G}_{33} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{G}_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

بنابراین ماتریس کلی احتمال انتقال ذره به شکل زیر است.

$$\mathbf{P} = \mathbf{G}\text{diag}(\mathbf{C}) + \mathbf{C} - \text{diag}(\mathbf{C}) \quad (14)$$

که در رابطه بالا ی  $\text{diag}(c)$  ماتریس قطری ساخته شده از قطرهای  $\mathbf{C}$  است.

ماتریس دانه بندی

ماتریس  $\mathbf{C}$  کنترل کننده جریان در داخل آسیاب است برای ترکیب مدل های شناخته شده فرآیند انتقال یک ردیف از سلول ها از مدل 2D و از مدل 1D زنجیره مارکوف برای هر مقدار داده شده استفاده می کنیم. برای ساخت ماتریس احتمال انتقال در این مورد اساساً از معادله دیفرانسیل جزئی از انتشار 1D و انتقال گرما که به طور مؤثر برای مدل سازی و دانه بندی مورد استفاده قرار می گیرد استفاده شده است.

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -V \frac{\partial S}{\partial y} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad (15)$$

که در آن  $V$  سرعت متوسط انتقال ذرات در امتداد محور  $Y$  و  $D$  ضریب پراکندگی که از مشخصه حرکت تصادفی ذره است در واقع در معادله 17 فرض شده زمان و فضا به صورت پیوسته هستند. استفاده از زنجیر مجزا در حل اختلاف محدود در طرح عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی راه حلی به شکل زیر داشته باشیم.

$$S(k+1, i) = S(k, i) - v(S(k, i) - S(k, i)) + d(S(k, i+1) - 2S(k, i) + S(k, i-1)) \quad (16)$$

جایی که  $V = v \frac{\Delta t}{\Delta y}$  و  $d = D \frac{\Delta t}{\Delta y^2}$  مقادیر ابعاد و  $\Delta y$  گام فضایی و در گام جایی که  $\Delta y = \frac{l}{n}$  که در آن  $l$  طول آسیاب و  $n$  تعدادی از بخش های فضایی انتخاب شده و  $\Delta t$  طول مدت انتقال است.

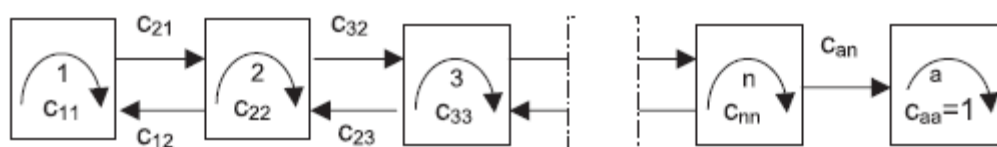


Fig. 2. Deriving the matrix of classification (1D Markov chain).

مجموعه  $S(k, i)$  می تواند به شکل ستون برداری با اندازه  $(n+1) \times 1$  ارائه شود و می توان معادله آن را به شکل زیر نوشت.

$$S^{k+1} = CS^k \quad (17)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1-v-d & d & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ v+d & 1-v-2d & d & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v+d & 1-v-2d & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & v+d & \dots & d & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1-v-2d & (1-w)d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & v+d & (1-w)(1-d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & w & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

در ماتریس بالا که ماتریس دانه بندی است احتمال انتقال حالت جذب از آخرین سلول  $W$  معرفی شده است. در حالت  $d=0$  ما جریانی از ذره بدون پراکندگی محوری داریم. در حالت  $v=1$  تمامی ذرات از یک سلول به سلول دیگر انتقال پیدا می کنند در حالت  $0 < v < 1$  تنها بخشی از ذرات انتقال می یابند.

## ماتریس خردایش

اگر انتقال ذرات به شکل محوری ممنوع باشد ( $C_{ii} = I$  در  $C$ ) هر ماتریس  $G_{ii}$  در معادله 15 به صورت خردایش مستقل توصیف می شود که به  $i$  امین بخش از فضای خردایش وابسته است. ماتریس  $G$  یک ماتریس بالا مثلثی است که هر بخش به کسری از یک مقدار انتقال یافته تقسیم می شود که مقدار آن کمتر از مقدار قبلی است همچنین باید توجه کرد که دستیابی به ماتریس خردایش به زمان خردایش  $\Delta t_0$  وابسته باش.

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{m-1,1} & g_{m-1,2} & \dots & g_{m-1,m-1} & 0 \\ g_{m1} & g_{m2} & \dots & g_{m,m-1} & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

ماتریس خردایش با آزمایش به دست می آید همچنین ماتریس  $G$  می تواند به وسیله رابطه زیر بیان شود که تشکیل شده از  $S$  و  $B$  که  $S$  حالت انتخابی و  $B$  ماتریس خرد شوندگی است.

$$G = I - S - BS. \quad (22)$$

ماتریس  $G$  ماتریس بسیار پیچیده ای است ماتریس  $G$  وابسته است به بخش های جزئی از اندازه ذراتی که در هر بخش خرد شده اند که باعث پیچیدگی بیشتر آن می شود و مسائل به شکل غیر خطی می شوند رفتار خطی آن را می شود به شکل زیر توصیف کرد.

$$G(\Delta t) = G(\Delta t_0)^{\Delta t / \Delta t_0} \quad (23)$$

در این معادله زمان  $\Delta t$  زمان خردایش است که می توانیم به جای معادله 22 از این معادله با داشتن زمان خردایش ماتریس  $G$  که وابسته به زمان خردایش اسارا محاسبه نمود.



این مقاله، از سری مقالات ترجمه شده رایگان سایت ترجمه فا میباشد که با فرمت PDF در اختیار شما عزیزان قرار گرفته است. در صورت تمایل میتوانید با کلیک بر روی دکمه های زیر از سایر مقالات نیز استفاده نمایید:

لیست مقالات ترجمه شده ✓

لیست مقالات ترجمه شده رایگان ✓

لیست جدیدترین مقالات انگلیسی ISI ✓

سایت ترجمه فا ؛ مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده از نشریات معتبر خارجی