الگوریتم منطقی سه گانه

این مقاله یک شرایط لازم و کافی برای توابع منطقی سه گانه گروه جبریG در فضای وابسته را فراهم می کند. این معیار برای نمایش همه ی G های منطقی سه گانه ، توابع بر(k)”A ،به کار رفته است همچنین برای اثبات n دلخواه، که همه توابع G ها، به طور موثری منطقی سه گانه هستند.

1. مقدمه

توابع منطقی گروه جبری G، حول ویژگی های صفر، میدان جبری بسته K،در فضای وابسته (A (k، تعریف می‌شود و سه گانه در نظر گرفته می شود اگر بتوان مختصات x1، . . ., x ،را انتخاب کرد به طوری که الگوریتم القا شده در حلقه مختصات به شکل(ai xi + Fi (x ... xi،، ...، xi_، با a در گروه چندگانه k باشد. اگر سیستم مختصاتی در آن وجود داشته باشد،

که توسط یک تغییر خطی از متغیرها انجام شود، توابع خطی گفته می شود. و اگر در گروهی که توسط الگوریتم خطی و سه گانه ایجاد شده باشد، قرار بگیرد دامنه در نظر گرفته می شود.

این طور در نظر گرفته می‌شود که گروه الگوریتم(k)’A ،محصول آزاد آماری گروه های الگوریتم خطی و مثلثی، است،اما هنوز مشخص نیست که آیا این زیر گروه ها گروه الگوریتم را اگر n> 3 را تولید میکنند.باس، در [11، و پوپوف، در [4]، نمونه هایی ازتوابع این گروه افزاینده k ، و Gمعنادار‌در k)”A) را که نه خطی و نه سه گانه هستند را ارائه داده اند. بنابراین، نظریه ساختار محصولات آماری نشان می دهد که الگوریتم گروه نمی تواند این ساختار را برای n > 3 داشته باشد.

دو تقریب دامنه، مفاهیم دامنه ی پایدار وسه گانه ی منطقی هستند. توابع G بر روی(k)”A ، دامنه ی پایدار است که بسط A”+‘”(k) را ایجاد میکند با تثبیت اینکه مختصات m آخر، دامنه است و اگر تولید کننده های توابع منطقی y, . . . , y باشند، آنوقت منطقی و سه گانه هستند.

به طوری که هر یک از زیر فیلد های(k(y, , . . . , Yj ،تحت گروهی از الگوریتم های k توابع منطقی، توسط G استنتاج شده اند.اسمیت در [6] نشان داده که نمونه هایی از پوپوف از لحاظ دامنه پایدار هستند.آیا هرتابع منطقی از یک گروه غیر معمولی در فضای وابسته، سه گانه ی منطقه‌ای است؟

این مقاله شرایط کافی و ضروری را برای سه گانگی منطقی توابع گروه افزایشی k در فضای وابسته، را فراهم آورده است. معیار می تواند به کار رود جهت نمایش سه گانگی منطقی همه توابع G بر(A3(k ،به ویژه در موارد ۱، ۴، همچنین برای اثبات n دلخواه، که همه توابع G از لحاظ سه گانگی منطقی پایدار هستند. (حقیقت آن در بسط تابع(An +1(k سه گانه منطقی هستند).

2. ایجاد بسط های غیر جبری خالص

ما با یک نتیجه کلی در مورد بسط های غیر جبری خالص درجه یک از فیلد دلخواه مشخصه صفر، شروع می‌کنیم.

قاعده 2-1. اجازه دهید که k فیلدی از مشخصه ی صفرباشد نه اینکه لزوما از لحاظ جبری بسته باشد و(K(z یک بسط غیر جبری ساده است. بسط

wE K(Z ، مورد K(w) = K(z) را اقناع میکند اگر و فقط اگر یک الگوریتم f از K(r) وجود داشته باشد که k ساده باشد و w را به w + c بفرستد برای c غیر صفر که عضوی از k باشد.

اثبات

اگر K(r) = K(w), then f(w) = w + 1 ،الگوریتم مورد نظر باشد، فرض کنید که f، الگوریتمk از(K(z است و w را به w + c ترسیم میکند برای موارد غیر صفر c در k. سپس گروه f از الگوریتم k، توسط f ایجاد شده و بی نهایت است، w ترجمه شده و(K(wرا بدون تغییر رها میکند.

از آنجا که F، k را بدون تغییر و w را وادار به تغییر میکند،(K (z یک فرمت محدود و جداگانه از(K (wاست.به طور خاص، تنها تعداد محدودی از مکان های K (w) بیش از K در K (z) افزایش می یابد.از آنجایی که K (w) ، همان f ثابت است،این مکان ها توسط تابع (f) وبنابراین یک زیرگروه نامحدود H از (f) تغییر میکنند.اجازه دهید h h9 = 9 a P (w) سپس. مکان انشعاب باشند let 9 و ،a E K # 0 برای برخی از ،h (w) = w + a با E H

0، # از آنجا که .= (hP) (w) = B (w + a) = P (w) + a

9 00 = (w). بنابراین، مکانهای صفر که منشعب شده اند ،قطبهای w هستند.

اجازه بدهید [K (z): K (w)] = n و اجازه دهید Z؟ بسته جبری K باشد.سپس [K (z): K (w)] = n و انشعاب

مجدد می تواند فقط در مکان های(K (w

که قطبهای w هستند، رخ دهد. بقیه ی اثبات در [8, 2321 .p. آمده است.یعنی با G (یعنی g) نشان دهنده

جنس K (z) (یعنی Z (w)) ،9 متفاوت است و @) درجه آن، فرمول Hurwitz-Zeuthen 2G - 2 - n (2g

2) = d '(9 ،حاصل d' (9) = 2n - 2، از آنجا که G = g = 0. اما تمرکز

انشعاب در قطب های w نشان می دهد که @) n - 1 5. بنابراین، n = 1.

قضیه به وضوح درمشخصه های مثبت p وجود ندارد. به سادگی میرسیم به

W = Z 'و g (z) = z + l.

نتایج زیر نشان می دهد که توابع سه گانه ی منطقی G، به طور خاص شکل ساده دارد.

قضیه 2.2.

اگر G = G،بر A (k) منطقی باشد، از لحاظ منطقی سه گانه است و سپس k (x،، ... ،،x (z = k (، ... ،،z)(

که در آن k (r،، ... ،،z (r _ ثابت است

توسط G و برای همه G E Cr، a)، ()، z =،، t +، برای t، z (E k ،، ... ،، z ،، _،).

اثبات

اجازه دهید Y1.....Yn ، بتواند (k (x1....xn را با زمینه های k(y,, ... y),در تحت تابع G داده شده،

ثابت باشد.با قضیه مقطع عرضی Rosenlicht، k (y ،،K 1rere w (w) y2) = KG "میدان ثابت G در

محدودیت آن به k (y ،(y2 است. و W بیش از k [2،1521 .I !.است. با قضیه Luroth تعمیم یافته [3]. K "=

بنابراین k (q). با القای، به این معنی است که y ،... ،k (y ،(. y ،... ،y ،) (w ،) = k (z،x ،... ،k (x

،(= k (z ،... ،z _ ،v & ،،) و k (z ،... ،z ،_ ، I ، توسط Gثابت شده است.

از آنجا که G بر روی { . . k [x ،x منطقی و غیرمستقیم عمل می کند.یک زیرمجموعه تولیدی معکوس محدودی

که در آن تابع می تواند توسط

ماتریکس و عنصر w E V که U (W) = w + t نشان داده شود،برای همه ی u G G. وجود دارد.

از قضیه 2.1 پیروی می کند که (z ،... ،z ،_ ،w) ،(z ،) = k (z ،... ،z ،(w) .)

3. توابع منطقی سه گانه ثابت و منطقی

تابع منطقی گروه جبری G،در یک دامنه وابسته A بیش از k، بسط منحصv به فرد در تابع در زمینه ی بخش k

دارد.زیرمجموعه عنصر ثابت K، توسط تابع بسط داده شده، kG را معنادار میکند.

قضیه 3.1.

هر تابع منطقی G ،بر [x,, . . . , x,,]k ، سه گانه ی منطقی و ثابت است. تابع از لحاظ منطقی سه گانه است اگر

x , . . . , ,k(x f,,و بسط غیر جبری خالص k , وجود داشته باشد.

اثبات

اجازه دهید k " '= k (x ،... ،x،(و F = k (' I) G، سپس k " '= F (w) و G، به عنوان ترجمه w عمل کند.

بنابراین ادعای دوم آشکار است. با این حال، F (w) یک بسط غیرجبری خالص است و بنابراین F (x ،(1 + برای

یک متغیر جدید استX، 1 + t. تابع G ، به (x (*') k ،(1 + بسط داده میشود با تثبیت این متغیر،بنابراین

منطقی سه گانه است.

3.2. نتیجه

هر تابع G منطقی بر k[x, , x,, x3]، سه گانه ی منطقی است.

اثبات

با توجه به قضیه Castlenuovo، یک فیلد غیرمنطقی درجه 2 بیش از فیلد جبری مشخصه صفر، غیر جبری خالص است. این امر به F از قضیه قبلی اعمال می شود.

نمای یک بعدی Binear G در GL (V) القاء یک تابع بر روی

فضای تطبیقی S (V)، جایی که S (V) جبر متقارن V است. چنین تابعی تابع خطی G نامیده میشود.یک الگوریتم نیلپوتنت v (هنگامی که به یک قدرت انتگرال مثبت منتهی می شود، برابر با صفر است)، به یک مشتق نیلپوتنت معمولی(S (V گسترش می یابد، که میتواند یک گروه تک پارامتری ازالگوریتم (S (V به صورت ایزومورفیک به G عمل میکند را تکمیل کند.در واقع، تمام خطی های G، به این طریق بوجود می آیند. اگر S چنین اشتقاقی است و f E S (V یکی از ثابت های آن است، پس t H exp (@) تابعG است، از آنجا که fs حداقل بر (S (V به طور معمول نیلپوتنت است.مثالهای باس [1] و پوپوف [4] دقیقا به این شکل می باشند و به همین دلیل تابع G پوپوف، نامیده می شود.

نتیجه 3.3.

تمام توابع G پوپوف ، به صورت سه گانه و منطقی هستند.

اثبات

شکل طبیعی الگوریتم نیلپوتنت v نشان میدهد که تابع G خطی،سه گانه است(و همچنین منطقی است).