



ارائه شده توسط:

سایت ترجمه فا

مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده

از نشریات معتبر

مدلسازی یک زنجیره تأمین با استفاده از شبکه ای از صف ها

چکیده

در این مقاله یک زنجیره تأمین سه مرحله‌ای با ساختار شبکه‌ای صف ارائه شده است که دو ورودی دارد، که ترتیب ورودی سفارشها به زنجیره تأمین توسط 2 متغیر احتمالی ارائه شده، یکی برای زمان ورود و دیگری برای تعداد اقلامی که در هر سفارش باید تحویل شود. هدف از این مقاله محاسبه حداقل زمان پاسخگویی برای تحویل اقلام به آخرین مقصد در طول یک شبکه یا زنجیره سه مرحله‌ای است. میانگین تعداد اقلامی که می‌توانند با این حداقل زمان پاسخگویی تحویل شوند ظرفیت بهینه سیستم صف را تعیین می‌کند. بعد از گرفتن خدمت توسط آخرین گره (یک صف و خدمت‌دهنده‌ی آن) در هر سطح از سیستم صف، باید در سطح بعدی مسیریابی اقلام به گره‌ها با حداقل زمان پاسخگویی به تحویل انجام شود.

کلمات کلیدی: میانگین طول صف، میانگین زمان پاسخدهی، میانگین زمان انتظار، بهره‌وری، احتمال در حالت پایدار، زنجیره تأمین

1. مقدمه

1.1. نگاه اجمالی

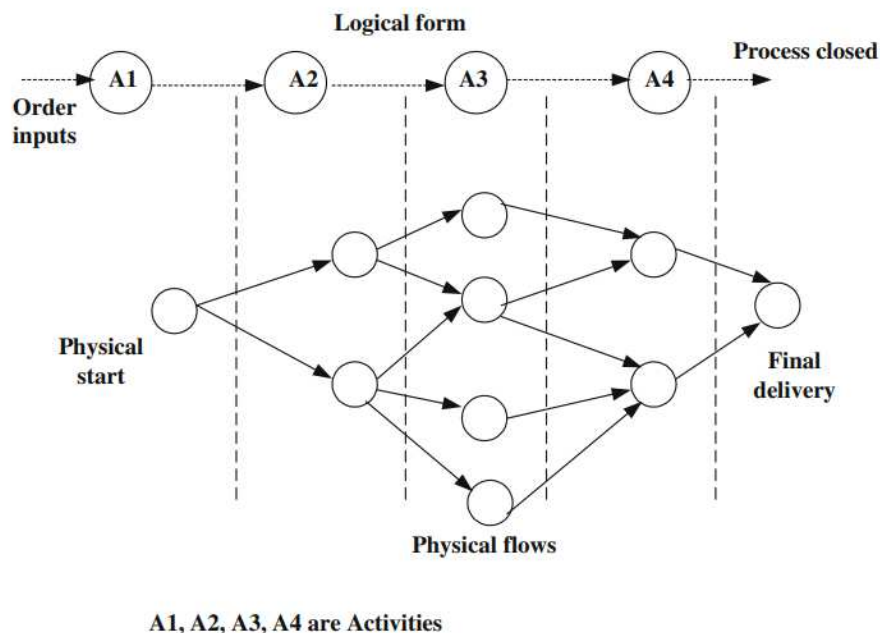
کاربرد مدل‌های صف برای بررسی مسائل زنجیره تأمین طی سالیان بسیاری صورت گرفته است. در سال 1940 مدل‌های صف برای انواع مسائل تداخل ماشین‌ها استفاده شد (یعنی چه تعداد تعمیرکار برای اختصاص جهت نگهداری (نت) مناسب یک سیستم احتیاج است)، همچنین برای حل این مسئله که چه تعداد اپراتور تلفن برای کنترل ترافیک تماس‌ها لازم است. اگر تعداد خدمت‌دهندگان زیاد باشد هزینه سرویس زیاد می‌شود ولی زمان انتظار کاهش می‌یابد، که باید تحلیل شود که مدل‌های صف برای تحلیل این موازنه (trade off) استفاده می‌شوند.

مدل‌های صف تعداد بهینه خدمت‌دهنده را جهت حداقل کردن هزینه‌ها محاسبه می‌کنند که میانگین نرخ ورود سفارشات، میانگین نرخ خدمت‌دهی، هزینه فرصت زمان انتظار مشتری برای سفارش (زمانی که مشتری رضایت نداشته باشد) و هزینه‌ی عملیاتی خدمت‌دهی را در نظر می‌گیرند. مدل‌های صف برای تعیین اطلاعات استقرائی، نه تنها برای تعیین معیارهای کارایی مهم مانند طول صف، زمان خدمت‌دهی و زمان انتظار، بلکه برای تعیین معیارهای دیگر کارایی مانند: احتمال هر تأخیری که اتفاق خواهد افتاد، احتمال تأخیر بیشتر از مقدار از پیش تعیین شده، احتمال بیکاری تمام امکاناتی که خدمت ارائه می‌دهند، زمان تأخیر مورد انتظار برای تمام این امکانات و احتمال بازگشت به خاطر عدم انطباق انتظار در سیستم با زمان انتظار مورد قبول، استفاده می‌شوند. برخی از انواع مسائل صف شامل تعیین تعداد مناسب امکانات ارائه‌ی خدمت برای پوشش تقاضای مورد انتظار و نیز تعیین کارایی و تعداد انواع خدمت‌دهندگان در امکانات ارائه‌ی خدمت می‌گردد [1]. Suri کاربرد نظریه‌ی صف را جهت تعیین جوابی دقیق برای مسائل زنجیره‌تأمین پیشنهاد داد [2].

تشکل‌های تولیدی نسل حاضر مانند زنجیره‌های تأمین جهانی، سازمان‌های مجازی و سازمان‌های تجارت الکترونیک به سمت تحقیقات در زمینه‌ی چارچوب مدلسازی سازمانی مناسب برای محیط توزیع هدایت شده‌اند. زنجیره تأمین را می‌توان شبیه به یک خط لوله‌ای از جریان اطلاعات و مواد بین تأمین کنندگان و مشتریان دانست. از نقطه نظر عملیاتی، این خط لوله مانند پروسه‌ای از فعالیت‌ها کار می‌کند و این فعالیت‌ها توزیع می‌شوند، بنابراین کلمه‌ی "زنجیره" می‌تواند با کلمه‌ی "شبکه" جایگزین شود [3]. هر کارخانه در وسط شبکه‌ای از تأمین کنندگان و مشتریان قرار دارد.

زنجیره‌تأمین شبکه‌ای از سازمان‌های مرتبط و وابسته است که جهت کنترل و مدیریت و بهبود جریان از تأمین کننده به مشتری با هم کار می‌کنند [4]. از آنجا که مدیریت زنجیره‌تأمین یک مفهوم market-driven است، بایستی نقطه نظر مشتری اتخاذ گردد. به همین دلیل مفهوم "پروسه" در لجستیک بدلائل استراتژیک تعریف شده است [5]. تعاریفی از "پروسه" و "فعالیت" در [6] ارائه شده است. فعالیت‌ها، سیستم را کارکرد گرایانه ارائه می‌کنند.

فعالیت‌ها می‌توانند زمان‌بندی شوند و نیاز به زمان و منبع دارند. واژه‌ی "پروسه" رفتار کلی سیستم صنعتی را ارائه می‌دهد. این یک توالی منطقی فعالیت‌ها برای درک یک هدف از قبل تعریف شده است. یک پروسه می‌تواند برنامه‌ریزی شده، اما بندرت زمان‌بندی شود. هدف بطور کل بیان شرایط تأخیر، کمیت و کیفیت است. در میان این ویژگی‌ها، تأخیر بیشترین حساسیت را دارد. در این مقاله، ما پروسه‌ی اصلی هر سیستم تولیدی را بعنوان "شیوه‌ی پاسخ به سفارشات" در نظر می‌گیریم. این عملی را نشان می‌دهد وقتی که به کارایی سیستم مدیریت زنجیره تأمین که ورودی‌ها "سفارشات" و خروجی‌ها "کالاها" هستند را نشان می‌دهد.



شکل 1

یک پروسه، ترکیبی از فعالیت‌هایی است که منبع مصرف می‌کنند که بصورت شبکه‌ای شکل داده شده‌اند. فرایندهای دیگری نیز در سیستم‌های صنعتی وجود دارد، از قبیل تأمین و نگهداری، که می‌توانند جهت هماهنگی فرایندهای پروسه‌ی اصلی معرفی شوند. تصویر شماره 1 نشان می‌دهد چگونه مفهوم منطقی بصورت "سیستم فیزیکی" ترسیم شده. در این شکل، فعالیت‌های متوالی مراحل (گام‌ها) را در پروسه‌ی داده شده نشان می‌دهد. هر کدام از آنها در یک مکان با منابع مخصوص تحقق می‌یابند. در نمونه‌ی کلی، از یک خروجی فعالیت، ارتباطات زیادی به فعالیت بعدی

می‌تواند وجود داشته باشد. اگر مکان‌ها از نظر جغرافیایی پراکنده باشند، یک فعالیت حمل و نقل می‌بایستی بین دو فعالیت انتقال صورت گیرد. در سیستم‌های تولیدی، نامگذاری تولید به معنی "مونتاژ اجزاء" و "همگرایی جریان‌های فیزیکی" به یک نقطه‌ی نهایی است.

هنگامیکه شیوه‌ی پاسخ به سفارشات ساخته می‌شود، ارزیابی آن در مقایسه‌ای میان هدف و نتیجه صورت می‌گیرد. چالش کلی روش پردازش این است:

الف) مقداردهی اولیه‌ی دقیق هر هدف پروسه با یک مقدار تأخیر واقع بینانه - هدف از تأخیر تخصیص داده شد، ارائه‌ی مقدار تاخیر (یا lead-time) مورد انتظار بعلاوه‌ی یک مابه‌التفاوت برای اطمینان است. این می‌تواند از آمارها (میانگین زمان پاسخدهی) یا از وضعیت فعلی سیستم در قسمت‌های زمان انتظار و زمان خدمت‌دهی در گره‌ها استخراج شود. در این مورد، بایستی برای تبدیل تمام فعالیت‌ها و خدمات منتظر به اجرا در یک زمان عملکرد، و برای انتخاب مسیری که زمان انجام سفارش (یا lead-time) را کمینه می‌کند، این کار صورت گیرد.

ب) معامله با یک مشتری بالقوه طی یک تراکنش تجارت الکترونیکی - برای کارخانه، این کار زمان انجام سفارش پیشنهادی برای تحویل یک سفارش را ارائه می‌دهد.

مهمترین چالش در مدیریت زنجیره تأمین، بهبود عملکرد با کاهش هزینه‌هاست. این چالش در این مقاله به صورت یک شبکه فیزیکی از منابع با یک مدل صف ارائه شده است که هر منبع شامل یک خدمت‌دهنده و فعالیت‌های انتظار در یک صف می‌باشد. هر فعالیت شامل عواملی مانند تعداد سفارش، مقدار تولید و تأخیر است. با استفاده معیارهای عملکرد کلاسیکی که برای سیستم‌های صف ارائه شده است (مانند میانگین طول صف، میانگین زمان خدمت‌دهی و ...) می‌توان حداقل زمان تحویل سفارش (یا lead-time) را تخمین زد. تعیین بهترین استراتژی برای راه‌اندازی یک فرآیند با توجه به اندازه تاخیرها یک چالش محاسباتی است که کارایی با تعداد فرآیندهایی که همه اهدافشان را ارضا کرده‌اند، محاسبه می‌شود.

تمام فرایندها بررسی شده و نیاز به کنترل شدن دارند. کنترل کلاً عملکرد میانی است، بدین معنی که طی مدت یک چرخه‌ی فرایند، یک انحراف وضعیت می‌تواند بین نتیجه و هدف نمایان شود و تصحیحات می‌تواند اعمال شود. از آنجا که پروسه‌ها برای دستیابی به منابع در رقابتند، و از آنجا که منابع محدودیت ظرفیت دارند، انحراف وضعیت می‌تواند به علت مسئله‌ی ازکارافتادگی (خرابی) منابع، زملن آماده‌سازی و فعالیت‌های رابط (موجودی و حمل‌ونقل) باشد. یکی از متغیرهای تصحیح، احتمال مسیریابی دوباره‌ی جریان فیزیکی از یک گره به یک منبع دیگر برای فعالیت بعدی (اگر چند مسیر ممکن داشته باشیم) است. این چالش محلی شبیه مورد الف است، غیر از اینکه مسیر شامل خرابی است. این یک مسئله‌ی مسیریابی است و شبیه این است که باید در شبکه‌های ارتباطات آدرس‌دهی شود.

1.2. ساختار بخش‌های این مقاله

هدف از این مقاله محاسبه‌ی کمترین زمان پاسخدهی برای تحویل یک کالا به مقصد نهایی طی سه مرحله‌ی شبکه‌ی صف است. متوسط تعداد اقلام کالایی که می‌تواند با این زمان پاسخدهی تحویل شود، ظرفیت شبکه را نشان می‌دهد. بخش 2، زنجیره تأمین (سیستم تولیدی نساجی) را معرفی کرده و ادبیات موضوع را بطور جزئی بیان می‌کند. در بخش 3، یک شبکه‌ی صف برای مدلسازی یک سیستم تولیدی نساجی ارائه می‌شود. در این قسمت، تعبیر حالت بسته برای بهره‌رویی هر گره (صف و خدمت‌دهنده) در یک شبکه استفاده می‌شود. بخش 4، به ترسیم و معرفی معیارهای کارایی مثل متوسط زمان پاسخدهی، متوسط طول صف و متوسط زمان انتظار برای هر گره و مسیرهای مختلف شبکه منتج می‌شود. این بخش همچنین متوسط طول صف، متوسط زمان پاسخدهی و نرخ خدمتدهی معادل مربوط به تک صف معادل یک شبکه‌ی تک خدمت‌دهنده را معرفی می‌نماید. بخش 5، نتایج عددی را نشان می‌دهد و نهایتاً بخش 6، نتایج بدست آمده را بیان می‌کند.

2. توصیف زنجیره تأمین و مرور ادبیات

2.1. سیستم تولیدی نساجی

ساختار زنجیره تأمین بر اساس یک سری فعالیت که بافت، ساخت و توزیع (انبارهای مرکزی) است تعریف می‌شود. برای ارزیابی عملکرد، یک زنجیره تأمین با این سه فعالیت (سه مرحله‌ای) مدل‌سازی شده است که در حقیقت فعالیت‌های تشکیل‌دهنده آن به وسیله منابع فیزیکی عملیاتی در مکان‌های زیادی حمایت می‌شوند و با حمل و نقل ارتباط داخلی دارند. مطابق شکل 2.

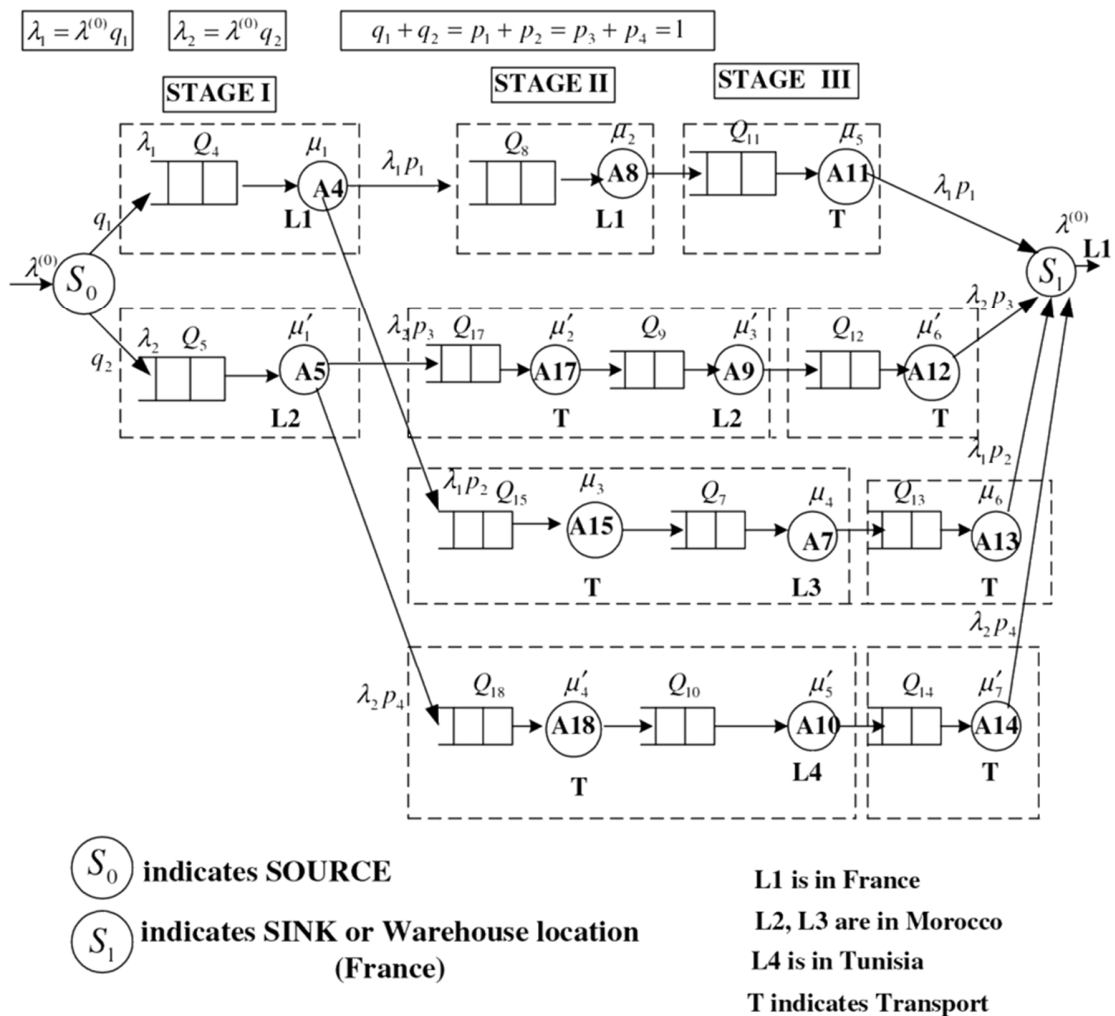
- مکان های بافت در L1 (فرانسه) و L2 (مراکش) هستند .
- مکان های ساخت در L1 و L2 و L3 (مراکش) و L4 (تونس) هستند .
- مکان انبار در L1 است .
- در اینجا دو انتخاب برای مسیر جریانهای فیزیکی در یک فرآیند دو مرحله‌ای وجود دارد:
- بافت: از S_0 به L1 یا L2
- ساخت: از L1 به L1 یا L3 و یا از L2 به L2 یا L4

هر منبع به عنوان صفی که انباشته‌ها منتظر پردازش هستند مدل می‌شود. تصمیم مسیریابی با در نظر گرفتن تخمین کل تأخیر از S_0 به S_1 می‌تواند انجام شود که این تأخیر شامل تأخیر تولید (وابسته به مقادیر انباشته‌ها برای فراوری است) و زمان کل انتظار در صف‌های پایین‌دستی است. در مقایسه با مسائل مسیریابی در شبکه‌های مخابراتی (شبکه‌های IP)، مسئله hop to hop نیست اما ما به تمام مسیرها برای ساختن تصمیم دقت نموده‌ایم. ما می‌توانیم به راحتی مسئله‌ی کلی را به مثال داده شده در این مقاله با در نظر گرفتن این مثال به عنوان شکل شماتیکی از مسئله‌ی کلی‌تر، تجزیه نماییم. به بیانی دیگر، سفارشات که توزیع خاصی را در نرخ ورودی دنبال می‌کنند به صورت شبکه‌ای شکل داده می‌شوند. بنابراین مدل صف با در نظر گرفتن فرآیند مدل شده‌ی ورود و خروج و با استفاده یک توزیع خاص مورد نظر است.

برای هر خروجی از L1 و L2 در مرحله 1، دو اتصال یا مسیر ممکن وجود دارد. خروجی L1 در مرحله 1 به گره-های L1 و L3 در مرحله 2 مرتبط است، در حالی که خروجی L2 در مرحله 1 به گره‌های L2 و L4 در مرحله 2 مرتبط است.

در نهایت خروجی‌های خدمت‌دهندگان A11 و A13 به S₁ وارد می‌شوند و همچنین خروجی‌های A12 و A14 نیز به S₁ وارد می‌شوند. بنابراین، گره‌ها در مسیرهای متفاوت تداخل ارتباطی/cross-link ندارند. این مسئله برای رسیدگی به این مورد خاص برای تطبیق "سفارشات فوری" و "سفارشات عادی" مهم است. سفارشات فوری، سفارشات هستند که به پردازش سریع نیاز دارند و سفارشات عادی سفارشات هستند که به پردازش معمولی نیازمندند. سفارشات می‌تواند بسته به اقتضا به L1 و L2 در مرحله 1 و متعاقباً به L1 و L2 و L3 و L4 در مرحله 2 برای پردازش مسیر داده شوند.

Fig. 1: Queuing formulation of the network of processes



شکل 2

برای مقایسه‌ی این سیستم صنعتی بخصوص با یک زنجیره‌تأمین جامع‌تر، مدت خدمت‌دهی و سفارشات ورودی می‌توانند توزیع‌های متفاوت‌تری علاوه بر توزیع ارائه شده در این مقاله داشته باشند. برای مثال، زمان خدمت‌دهی می‌تواند بر اساس توزیع لگاریتم عادی یا لاگ نرمال، که برای تأخیر تأمین کننده در نظر گرفته می‌شود، داشته باشد. یک صف $G/M/1$ یا $G/G/1$ می‌تواند برای مدل‌سازی یک زنجیره‌تأمین جامع استفاده شود. چالش کلی قادر بودن برای برآورد یک معیار عملکرد "استقرائی" است که بتواند یک کیفیت خدمت‌دهی (QoS) مناسب (برای مثال کمترین زمان پاسخگویی به مشتری) ارائه دهد.

انواع مسائل مختلف از نظر دشواری که در مدل‌سازی SCM با استفاده از صف علاوه بر سیستم صف $M/M/1$ استفاده می‌شوند به صورت زیر توصیف می‌شوند:

(1) $M/M/1$: فرایند ورودی پواسون و زمان خدمت‌دهی نمایی است. تعریف حالت برای مدل صف $M/M/1$ به‌سادگی نیاز به تنها یک مقدار در سیستم دال بر حالت سیستم است. برای صف‌های $M/G/1$ که فرایند ورود پواسون است، اما زمان خدمت‌دهی از توزیع خاصی پیروی نمی‌کند، حالت پایدار بر اساس تعداد در سیستم و مقدار خدمت‌دهی فراهم شده برای مشتری توصیف می‌شود.

(2) صف $G/M/1$ دوگان مدل $M/G/1$ است، که فرایند ورودی از توزیع خاصی پیروی نمی‌کند ولی زمان سرویس نمایی است. تعاریف حالت، تحت شرایط تعادل در لحظات زمان فقط قبل از اینکه کار به سیستم وارد شود پیدا می‌شود. توزیع‌های حالت نیز برای لحظات خروج (فقط بعد از اینکه کاری سیستم را ترک کرد) قابل قبول است مثلاً مفهوم کلینراک (Kleinrock's principle) برای این سیستم قابل کاربرد است. توزیع‌های حالت، در لحظات زمانی قراردادی (یا ارگودیک، نتایج متوسط زمانی) تا زمانی که متوسط‌های زمانی ورود پواسون (PASTA) در سیستم غیر قابل کاربرد باشند، غیر قابل قبول است (یعنی فرایند ورود پواسون نیست).

(3) برای $M/E_k/1$ یا $E_k/E_k/1$ که E_k توزیع ارلنگ با k مرحله است، احتمال اتلاف بسته‌ای (packet loss) یا احتمال تأخیر بسته‌ای می‌تواند طبق مفروضات متفاوت ساخته شده، برای پیدا کردن اینکه سفارش مسدود، صرف نظر می‌-

شود (ارلنگ B) یا سفارشی مسدود تا زمانی که انجام شود در صف بماند (ارلنگ C) تعیین شود (قوانین ارلنگ B و ارلنگ C هر روز برای مدل سازی ترافیک یا کاربردهای حمل و نقل استفاده می گردد).

4) برای $G/G/1$ و $G/G/m$ (که m تعداد خدمت‌دهندگان است)، و زمانی که ترافیک پیشنهادی خیلی زیاد باشد (یعنی بهره‌وری، ρ ، نزدیک به یک باشد)، توزیع زمان انتظار تقریباً نمایی می‌شود. وقتی $\rho \approx 1$ ، زمان‌های انتظار خیلی زیاد می‌شوند. برای مقادیر دیگر ترافیک پیشنهادی، توزیع زمان انتظار، توزیع خاصی نمی‌شود، در نتیجه تعاریف حالت ساخته شده، در لحظات زمانی قراردادی غیرقابل قبول است. بنابراین برای مسائل SCM از مدل صف $M/M/1$ به خاطر سادگی و جواب‌شدنی که ارائه می‌دهد استفاده می‌شود.

اهمیت برآورد کمترین زمان پاسخگویی در شبکه‌ی زنجیره‌تأمین در ذیل نشان داده می‌شود:

در توزیع یک سیستم با زمان واقعی، مثل مسئله‌ی زنجیره‌تأمین اشاره شده در این مقاله، ارتباط بین فعالیت‌ها در پردازشگرهای مختلف بایستی در زمان محدودی اتفاق بیافتد. تأخیر ارتباط اجتناب‌ناپذیر، ترکیبی از تأخیر در انتقال یک پیام در وسیله‌ی ارتباطی و نیز تأخیر در تحویل اطلاعات به مقصد است. یک رویکرد تحویل ساده در این مقاله در نظر گرفته شده که ورود یک "سفارش"، وقفه‌ای ایجاد می‌کند که رویکرد "بنا به تقاضا/on-demand" نامیده می‌شود. به محض ورود یک سفارش به گره مبدأ در بین تمامی گره‌های میانی مسیریابی می‌شود تا به گره پایانی برسد که هدف پیدا کردن مسیر بین گره مبدأ و گره مقصد با حداقل زمان پاسخگویی است.

مسئله‌ی کوتاهترین مسیر در شبکه‌ی زنجیره‌تأمین پویای این مقاله یک مسئله‌ی ارسال یک سفارش از یک گره اولیه به یک گره نهایی با کمترین مجموع تأخیر در طول شبکه است که عالی نیست، ساختار ثابت پایداری دارد و در معرض ظرفیت‌های متفاوت حمل و نقل است. مسیر بهینه، گره‌های آغازین و پایانی را با چندین گره واسطه به یکدیگر متصل می‌کند و از آنجا که بایستی کمترین زمان پاسخگویی را داشته باشد کوتاهترین مسیر نامیده می‌شود. باید دقت شود که تمام سفارشات رسیده در کوتاهترین مسیر شناسایی شده انباشته نشود، زیرا موجب آن می‌شود که این مسیر مسدود گشته و گرفته شود. لذا توصیه می‌شود در تمام مسیرهای دیگر نرخ خدمت‌دهی افزایش یافته

یا زمان خدمت‌دهی کاهش یابد تا سفارشات رسیده برای بالانسِ حجمِ ظرفیت (ظرفیتِ پیشنهادی) دوباره توزیع گردد.

2.2. مرور ادبیات:

نوآوری	محققین
کاربرد تئوری صف در حوزه‌ی تولید به صورت گسسته	Manish K. Govil and Michael C. Fu(1999)
گسترش و استفاده از زنجیره مارکف گسسته در مسیریابی	M. Chinnaswamy and M. Kamath(2005)
محاسبه احتمال حالت پایدار در شبکه های صف باز و بسته، زمانی که N مرکز سرویس و R طبقه مشتری داریم	F.baskett et al.(1975)
استفاده از تکنیک‌های حمل‌ونقل در مدل‌های شبکه صف	H. Youn et al.(2007)
مدل‌سازی و تحلیل سیستم انسان-ماشین با استفاده از نرم افزار شبیه‌سازی گرافیکی (مدل قابل قبول برای محاسبه‌ی مسیرهای شدنی برای یافتن بهینه‌ترین مسیر استفاده می‌شود)	R. Raja and K. Suryaprakash Rao(2007)
توسعه مدل شبیه سازی برای مونوریل و آنالیز آماری و بهینه سازی چند هدفه فرآیند تولید	S.V. Serguyevich et al.(2006)
آنالیز تداخل حافظه به علت استفاده‌ی همزمان پردازنده‌ها از مقادیر متفاوت حافظه	F. Baskett and A. (1976) Smith
در نظر گرفتن مسئله تخصیص بهترین سرویس دهنده برای حداقل کردن تاخیر با توجه به محدودیت های هزینه ای	P.pollett(1998)
مدل سازی شبکه صف بسته که در آن مسیر مشتریان بین صف ها به حالت شبکه صف بستگی دارد	D. Towsley(1980)
تمرکز بر روی تعیین متوسط تأخیر به هم پیوسته و بیشترین عملکرد قابل دسترس بر حسب گره در مدخل‌های multihop تصادفی در شبکه‌های ویژه‌ی بیسیم با گره‌های ثابت	N. Bisnik and A. Abouzeid (2006)

بررسی شبکه‌های صف تولیدی بسته با n مشتری (یک مشتری که می‌رسد، شبکه را در حالت تعادل با یک مشتری کمتر می- بیند)	K. Sevcik and J. Mitrani(1981)
شبکه‌های جبرانی/reward احتمالی(SRN) را برای ویژگی فشردگی، تولید اتوماتیک و جواب زنجیره‌ی مارکوف بلند(طولانی) را استفاده کرده‌اند. این کار آن‌ها را کمک کرد که مدل‌های بزرگ و پیچیده را حل کنند	G. Ciardo et al.(1989)
محاسبه توزیع زمان پاسخگویی در یک مسیر خاص در یک شبکه صف باز با استفاده از جواب‌های حالت بسته	R. Schassberger and H. Daduna(1987)
آنالیز تقریبی شبکه صف با استفاده از الگوریتم تجزیه این کار برای یک شبکه صف چندلایه‌ای که یک سیستم کاربر-خدمت‌دهنده که کاربران و خدمت‌دهندگان با پیام‌های همزمان و غیر همزمان با یکدیگر در ارتباط هستند، مدل می‌شود	S. Ramesh and H.G. Perros(2000)
محاسبه‌ی تقریبی برای توزیع زمان پاسخگویی در حالتی که ورود مشتریان بواسون و یا فازی باشد و زمان خدمت‌دهی توزیع خاصی نداشته باشد	V. Mainkar(1994)
ارزیابی کارایی یک سیستم مونتاژ با تغذیه‌ی اجزاء که زیرمونتاژ در یک بسته و قالب مونتاژ مرحله‌ای مطالعه شده است. در آن مثال مقدار سفارش ثابت در نظر گرفته شده است. این می‌تواند در برخی زنجیره‌تأمین‌هایی که سفارشات توسط افراد مهمی تولید می‌شوند	Y. Leung and M. Kamath(1994)
معرفی تحلیلگر شبکه‌های صف(QNA) که یک بسته‌ی نرم‌افزاری است که در آزمایشگاه‌های بل برای محاسبه‌ی تقریبی انبوهی از معیارها برای شبکه‌ای از صف‌ها توسعه داده شده است	W. Whitt(1983)
تمرکز بر روی مدل‌های صف در سیستم‌های تولیدی و بسیاری از تخمین‌ها برای ارزیابی کارایی شبکه‌های صف در این مقالات آورده شده است	J.A. Buzacott et al.(1994-2003)

هنگامی که کاربران کالاهای غیریکنواخت هستند(مشتریان ساده، فروشگاه‌ها، انبارها و ...)، کمیت سفارش‌ها خیلی زیاد است و بایستی بعنوان متغیرهای احتمالی مدل شوند. بدون هیچ اطلاعات اضافی درباره‌ی مفهوم اقتصادی، بهترین راه فرض یک توزیع یکنواخت برای تعداد سفارشات است. بنابراین، مشخص کردن مقدار سفارش برای قرار

گرفتن میان یک مقدار کمینه و یک مقدار بیشینه است، هر ورودی برای سیستم صف بایستی توسط دو متغیر احتمالی ارائه شود، یکی برای زمان رویداد و یکی برای مقدار تحویل. توسعه‌ی اصلی این مقاله بر روی مقاله‌ی Bhaskar و Lallement [29] است.

3. توصیف شبکه صف

در این مقاله یک محصول که تی شرت می‌باشد در نظر گرفته شده است که سفارشات در یک زنجیره تأمین به یک قسمت وارد می‌شوند که البته فرآیند می‌تواند در 2 قسمت شروع شود، در اینجا یک زنجیره تأمین 3 مرحله‌ای شامل بافت، ساخت و تحویل می‌باشد که در 4 مکان تحقق می‌یابد. به دلیل ساختار شبکه، مسیرهای متفاوت ممکن است به ترافیک (ازدحام) وابسته باشند که اهمیت حمل و نقل را نشان می‌دهد. در نهایت همه جریان‌های فیزیکی به یک انبار مرکزی انتقال می‌یابند. تحلیل این شبکه صف به صورت زیر است:

در این جا 2 قسمت ورودی داریم که سفارشات مشتریان در شبکه صف دریافت می‌شود و برای خدمت‌رسانی منتظر می‌مانند. فرض شده است که مقدار اقلامی که در هر سفارش باید تحویل داده شوند از توزیع یکنواخت تبعیت می‌کنند. نرخ‌های ورود در 2 قسمت ورودی به ترتیب λ_1 و λ_2 است و همچنین نرخ ورود از منبع (S_0) ، $\lambda^{(0)}$ است. احتمال ورود در Q_4 و Q_5 به ترتیب برابر q_1 و q_2 است که جمع احتمال‌های آن برابر 1 می‌باشد. فرض کنید که $\lambda_1 = \lambda^{(0)} q_1$ و $\lambda_2 = \lambda^{(0)} q_2$ باشد و همچنین نرخ خدمت‌دهی A_4 و A_5 به ترتیب μ_1 و μ'_1 باشد. در نتیجه وقتی که خدمت‌دهی در A_4 تمام می‌شود با احتمال p_1 و p_2 (که $p_1 + p_2 = 1$) به ترتیب وارد صف‌های Q_8 و Q_{15} می‌شود. در نتیجه نرخ ورود به Q_8 ، $\lambda_1 p_1$ و نرخ ورود به Q_{15} ، $\lambda_1 p_2$ می‌باشد. بعد از دریافت خدمت توسط خدمت‌دهنده‌ی A_8 با نرخ ورود $\lambda_1 p_1$ به صف Q_{11} وارد می‌شود که نرخ خدمت‌دهی در A_8 و A_{11} به ترتیب μ_2 و μ_5 است.

اکنون صف‌های Q_{15} و Q_7 سری هستند که ورودی‌ها باید پس از دریافت خدمت در A_{15} از A_7 خدمت بگیرند که نرخ خدمت‌دهی آنها به ترتیب μ_3 و μ_4 است. نرخ ورود به Q_7 ، $\lambda_1 p_2$ است. پس از A_7 ، کارها با نرخ ورود مشابه $\lambda_1 p_2$ به صف Q_{13} می‌روند و توسط خدمت‌دهنده‌ی A_{13} خدمت می‌گیرند. نرخ خدمت‌دهی در A_{13} ، μ_6 است.

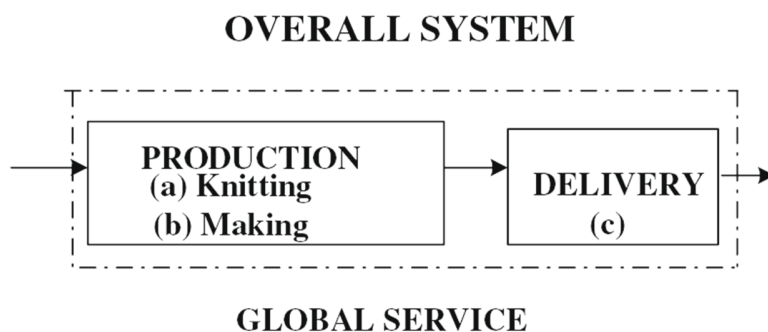
پس از دریافت خدمت توسط A5، خروجی‌ها با نرخ ورود $\lambda_2 p_3$ به Q17 و با احتمال $\lambda_2 p_4$ به Q18 وارد می‌شوند (که $p_3 + p_4 = 1$).

حال صف‌های Q17 و Q9 سری هستند و کار بعد از خدمت‌گیری از A17 و انتظار در Q9، توسط A9 خدمت‌دهی می‌شود. نرخ‌های خدمت‌دهی A17 و A9 به ترتیب برابر μ'_2 و μ'_3 است. نرخ ورود به Q9، $\lambda_2 p_3$ است. پس از A9، کارها با نرخ ورود مشابه $\lambda_2 p_3$ وارد صف Q12 شده و توسط خدمت‌دهنده‌ی A12 با نرخ μ'_6 خدمت می‌گیرند.

به طریق مشابه صف‌های Q18 و Q10 سری هستند و کار بعد از خدمت‌گیری از A18 و انتظار در Q10، توسط A10 خدمت‌دهی می‌شود. نرخ‌های خدمت‌دهی A18 و A10 به ترتیب برابر μ'_4 و μ'_5 است. نرخ ورود به Q10، $\lambda_2 p_4$ است. پس از A10، کارها با نرخ ورود مشابه $\lambda_2 p_4$ وارد صف Q14 شده و توسط خدمت‌دهنده‌ی A14 با نرخ μ'_7 خدمت می‌گیرند. سرانجام پس از دریافت سرویس از A11، A12، A13 و A14 با مجموع نرخ خروج $\lambda^{(0)}$ به S1 وارد می‌شوند. با توجه به شکل 2 داریم:

$$\lambda_1 = \lambda^{(0)} q_1 \text{ و } \lambda_2 = \lambda^{(0)} q_2 \text{ و } \lambda_1 + \lambda_2 = \lambda^{(0)} \text{ و } p_1 + p_2 = p_3 + p_4 = q_1 + q_2 = 1$$

برای مدیریت رضایتبخش و کنترل تقاضاها می‌توان فرض کرد که $\mu_1 = \mu'_1$ و $\mu_2 = \mu'_2 = \mu_3 = \mu'_3 = \mu_4 = \mu'_4 = \mu_5 = \mu'_5$. شکل 3 سیستمی کلی را در شرایط تولید و تحویل ارائه می‌دهد.



شکل 3

یک گره توسط یک صف و خدمت‌دهنده‌ی مرتبط با آن تعریف می‌شود.

گره‌ها در مرحله 1 عبارتند از: (Q_4, A_4) و (Q_5, A_5)

گره‌ها در مرحله 2 عبارتند از: (Q_8, A_8) ، (Q_{17}, A_{17}) ، (Q_9, A_9) ، (Q_{15}, A_{15}) ، (Q_7, A_7) ، (Q_{18}, A_{18}) و (Q_{10}, A_{10})

گره‌ها در مرحله 3 عبارتند از: (Q_{11}, A_{11}) و (Q_{12}, A_{12}) و (Q_{13}, A_{13}) و (Q_{14}, A_{14})

هر فعالیت متعلق به یک پروسه‌ی خاص است. هر فعالیت یک کار خاص را که منابع عملیاتی بایستی انجام دهند را نشان می‌دهد. A_i ها فعالیت‌های متفاوتی هستند که در این زنجیره تأمین انجام می‌شوند. فعالیت‌های A_4 و A_5 را "بافت"، و فعالیت‌های A_8 ، A_9 ، A_7 و A_{10} را "ساخت" و فعالیت‌های A_{17} ، A_{15} ، A_{18} ، A_{11} ، A_{12} ، A_{13} و A_{14} را حمل و نقل می‌نامیم. نرخ خدمت‌دهی A_4 ، A_8 ، A_{15} ، A_7 ، A_{11} ، A_{13} و A_{14} به ترتیب μ_1 ، μ_2 ، μ_3 ، μ_4 ، μ_5 و μ_6 می‌باشد.

سفارشات با تعداد رخداد (λ) ، مقدار و تأخیر توصیف می‌شوند.

- تعداد رخداد (λ) : می‌تواند طبیعت احتمالی (پواسون) یا قطعی داشته باشد.
- مقدار: مقدار کالاهایی که بایستی تحویل داده شوند. می‌تواند طبیعت احتمالی (توزیع یکنواخت) داشته باشد.
- تأخیر: شاخص اصلی QoS است.

تا زمانی که λ احتمالی و با توزیع پواسون باشد و توزیع مقدار کارهایی که باید پردازش شود یکنواخت باشد، یک متغیر تصادفی معادل به نام Z داریم که هم عملکرد X و هم عملکرد Y را دارد:

$X \triangleq$ متغیر تصادفی زمان رخداد یک سفارش

$Y \triangleq$ متغیر تصادفی تعداد کالاها در هر سفارش

$Z \triangleq$ توزیع توأم زمان رخداد یک سفارش و تعداد کالاها در هر سفارش

که تابع توزیع تجمعی آن به صورت زیر است:

$$F_Z(Z) = P(Z \leq z) = \int_{A_Z} \int f_{XY}(x, y) dx dy \quad (1)$$

A_Z زیرمجموعه‌ای از R^2 است که توسط $A_Z = \{(x, y) | \Phi(x, y) \leq z\}$ داده شده. از آنجا که $f_X(x)$ و

$f_Y(y)$ مستقل هستند (فرض بر این است با هر رخداد سفارش، تعداد اقلام سفارش، تصادفی است)، داریم

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y) \text{ از این رو،}$$

$$F_Z(Z) = \int_{A_Z} \int f_X(x)f_Y(y) \quad (2)$$

اگر X متغیر تصادفی با تابع توزیع نمایی باشد و Y یک متغیر تصادفی با تابع توزیع یکنواخت بین a و b (که $b > a$)

باشد، داریم:

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}; & x \geq 0 \\ 0; & x < 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}; & a < 0 < b \\ 0; & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

از آنجا که $z < xy < z + dz$ ناحیه ΔD_Z قسمتی از منحنی است که میان مرزهای بیرونی دو هذلولی قائم

الزاویه قرار می‌گیرد، $y = \frac{z}{x}$ و $y = \frac{z+dz}{x}$. مختصات یک نقطه در این ناحیه x و $\frac{z}{x}$ هستند. بنابراین

مقدار دیفرانسیل برابر $\frac{1}{|x|} dz dy$ است. از آنجا که متغیرهای تصادفی X و Y مستقلند، تابع چگالی

احتمال Z توسط محققان قبلی [31] و [32] بدین صورت داده شده است:

$$F_Z(Z) = \frac{\lambda}{b-a} \int_{z/d}^{z/c} \frac{e^{-\lambda x}}{|x|} dx \quad \forall 0 < z < \infty \quad (3)$$

با تغییر متغیر $t = \lambda x$ و $dt = \lambda dx$ داریم:

$$F_Z(Z) = \frac{\lambda}{b-a} \left(E_1 \left(\frac{\lambda z}{b} \right) - E_1 \left(\frac{\lambda z}{a} \right) \right) \quad (4)$$

که $E_1(x) = -\int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$ انتگرال نمایی است و توسط $E_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xt}}{t^n} dt$ در $n=1$ تعریف می-شود [33]. حال $E_1(x) = -E_i(-x)$ ، که $E_i(x) = -\int_{-x}^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$ تابع تجمعی نمایی است [33]. با جایگذاری روابط بین $E_1(x)$ و $E_i(x)$ در رابطه‌ی قبلی، داریم:

$$F_Z(Z) = \frac{\lambda}{b-a} \left(E_i \left(-\frac{\lambda z}{a} \right) - E_i \left(-\frac{\lambda z}{b} \right) \right) \quad (5)$$

مقدار میانگین زمان رخداد سفارش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E(Z) = \int_0^\infty z f_Z(z) dz = \frac{\lambda}{b-a} \int_0^\infty z \left(E_i \left(-\frac{\lambda z}{a} \right) - E_i \left(-\frac{\lambda z}{b} \right) \right) dz \quad (6)$$

و با توجه به مقاله‌ی [34] داریم:

$$E(Z) = \frac{\lambda}{b-a} \left[\frac{z^2}{2} \left(E_i \left(-\frac{\lambda z}{a} \right) - E_i \left(-\frac{\lambda z}{b} \right) \right) + \left(\frac{az}{2\lambda} + \frac{a^2}{2\lambda^2} \right) \exp \left(-\frac{\lambda z}{a} \right) - \left(\frac{bz}{2\lambda} + \frac{b^2}{2\lambda^2} \right) \exp \left(-\frac{\lambda z}{b} \right) \right]_0^\infty = \left(\frac{b+a}{2\lambda} \right) \quad (7)$$

بنابراین زمان‌های میان ورود سفارشات (زمان رخداد و مقدار سفارش) توزیع نمایی با میانگین $E(Z)$ دارند. زمان‌های خدمت‌دهی به سفارشات متغیرهای تصادفی توزیع شده‌ی یکسان مستقل از یکدیگرند و توزیع آنها نمایی با میانگین $\frac{1}{\mu'}$ است که نرخ خدمت‌دهی μ است.

فرض می‌کنیم که سفارشات طبق توالی ورودشان خدمت‌دهی شوند (FCFS). اگر "سفارش"، کاری باشد که به یک سیستم کامپیوتر رسیده، پس خدمت‌دهنده‌ی سیستم، کامپیوتر است. اگر $N(t)$ را تعداد سفارشات در سیستم (سفارشات در صف + سفارشی که در حال خدمت‌گیری است) در زمان t بنامیم، پس $\{N(t) | t \geq 0\}$ یک فرایند تولد-مرگ با نرخ ورود کمینه است:

$$\Lambda_k = \lambda^0 = \frac{1}{E(z)} = \frac{2\lambda}{b+a} \quad (8)$$

و همچنین نرخ خدمت‌دهی $\mu_k = \mu$ برای $k \geq 1$ می‌باشد. بازدهی نیز بصورت زیر است:

$$\rho = \frac{\text{mean service time}}{\text{mean interarrival time}} = \frac{\Lambda_k}{\mu_k} = \frac{1}{\mu E(z)} = \frac{2\lambda}{\mu(b+a)} \quad \forall a, b > 0, b > a \quad (9)$$

مقدار ρ یک پارامتر مهم است که شدت عبور و مرور مشتری (ترافیک) سیستم نامیده می‌شود. این مقدار معمولاً در ارلنگ بیان می‌شود. از فرایند تولد-مرگ برای زنجیره‌های مارکوف همگن با زمان پیوسته، احتمال حالت پایدار وقتی که K کار در سیستم با انباشته‌های رسیده داریم بدست می‌آید که برابر است با [35]:

$$\Pi_k = (\exp(-(1-\rho)))^k \Pi_0 = \exp(-k(1-\rho)) \Pi_0 \quad \forall a, b > 0, b > a \quad (10)$$

از $\Pi_0 + \Pi_1 + \dots + \Pi_n = 1$ می‌توان Π_0 را بدست آورد که $\Pi_0 = \exp(1-\rho) - 1$ در صورتیکه $\rho < 1$ باشد. میزان کارکرد خدمت‌دهنده $U_0 = 1 - \Pi_0 = 2 - \exp(1-\rho)$ است. با توجه به این نکات می‌توان نشان داد که میانگین و واریانس تعداد مشتریان در سیستم به ترتیب برابر است با:

$$E[N] = \sum_{k=0}^{\infty} k \Pi_k = \Pi_0 \sum_{k=0}^{\infty} k \exp(-k(1-\rho)) = \frac{1}{1-\exp(-(1-\rho))} \quad (11)$$

$$\sigma_N^2 = \sum_{k=0}^{\infty} (k - E[N])^2 \Pi_k = \frac{\exp(-(1-\rho))}{(1-\exp(-(1-\rho)))^2} \quad (12)$$

اگر R متغیر تصادفی زمان پاسخگویی در حالت پایدار باشد، برای محاسبه‌ی متوسط زمان پاسخگویی ($E[R]$) از قوانین لیتل استفاده می‌کنیم که نشان می‌دهد که میانگین تعداد کارها در سیستم صف در حالت پایدار برابر با حاصلضرب نرخ ورود و میانگین زمان پاسخگویی است و وقتی در مثال موجود به کار می‌رود، $E[N] = \lambda E[R]$ را به ما می‌دهد [35]:

$$E[R] = \frac{E[N]}{\lambda} = \frac{1}{\lambda(1-\exp(-(1-\rho)))} \quad (13)$$

که این مقدار با افزایش ρ به سرعت افزایش می‌یابد.

و همچنین اگر W متغیر تصادفی زمان انتظار در صف باشد داریم:

$$E[W] = E[R] - \frac{1}{\mu} = \frac{\mu - \lambda + \lambda \exp\left(-\left(1 - \frac{2\lambda}{\mu(b+a)}\right)\right)}{\lambda \mu \left(1 - \exp\left(-\left(1 - \frac{2\lambda}{\mu(b+a)}\right)\right)\right)}; \quad \forall a, b > 0, b > a \quad (14)$$

اکنون متغیر تصادفی Q را که تعداد کارهای منتظر در صف را نشان می‌دهد به صورت زیر برای تعیین متوسط تعداد کارهای منتظر در صف استفاده می‌کنیم:

$$E[Q] = \lambda E[W] = \frac{\mu - \lambda + \lambda \exp\left(-\left(1 - \frac{2\lambda}{\mu(b+a)}\right)\right)}{\mu \left(1 - \exp\left(-\left(1 - \frac{2\lambda}{\mu(b+a)}\right)\right)\right)} \quad (15)$$

در نتیجه متوسط تعداد کارهای در حال خدمت‌گیری بدین صورت بدست می‌آید:

$$E[N] - E[Q] = \frac{\lambda \mu - \mu + \lambda - \lambda \exp(- (1 - \rho))}{\lambda \mu (1 - \exp(- (1 - \rho)))} \quad (16)$$

مورد اول) گره‌های $A_4, A_8, A_{15}, A_7, A_{11}$ و A_{13} گره‌های مرور شده از ورودی 1 را تشکیل می‌دهند. نرخ خدمت‌دهی آن‌ها به ترتیب $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ و μ_5 است و نرخ ورود در صف‌های این خدمت‌دهندگان به ترتیب $\lambda_1, \lambda_1 p_2, \lambda_1 p_2, \lambda_1 p_1$ و $\lambda_1 p_2$ می‌باشند و ضریب کارایی هر خدمت‌دهنده برابر است با:

$$\rho_i^{(j)} = \frac{\lambda^{(0)} W_i}{\mu_i} = \frac{2\lambda}{b+a} \frac{W_i}{\mu_i} \quad (17)$$

$\forall j = A_4, A_8, A_{15}, A_7, A_{11}, A_{13}$ مطابق با $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ به ترتیب $w_1 = q_1$, $w_2 = w_5 = q_1 p_1$ و $w_3 = w_4 = w_6 = q_1 p_2$.

مورد دوم) گره‌های A5، A17، A9، A18، A10، A12 و A14 گره‌های مرور شده از ورودی 2 را تشکیل می‌دهند. نرخ خدمت‌دهی آن‌ها به ترتیب μ_1' ، μ_2' ، μ_3' ، μ_4' ، μ_5' ، μ_6' و μ_7' است و نرخ ورود در صف‌های این خدمت‌دهندگان به ترتیب λ_2p_3 ، λ_2p_3 ، λ_2p_4 ، λ_2p_4 ، λ_2p_3 ، λ_2p_3 و λ_2p_4 می‌باشند و ضریب کارایی هر خدمت‌دهنده برابر است با:

$$\rho_i^{(j)} = \frac{\lambda^{(0)} h_i}{\mu_i'} = \frac{2\lambda h_i}{b+a \mu_i'} \quad (18)$$

$h_1=q_2$ به ترتیب $i=7, 8, 9, 10, 11, 12, 13$ با $\forall j=A5, A17, A9, A18, A10, A12, A14$

$$h_4=h_5=h_7=q_2p_4 \text{ و } h_2=h_3=h_6=q_2p_3$$

4. معیارهای کارایی

معیارهای کارایی مدل تک خدمت‌دهنده به وسیله میانگین طول صف، میانگین زمان انتظار، میانگین زمان پاسخگویی و متوسط تعداد سفارشات در سیستم اندازه‌گیری می‌شود [30].

4.1 میانگین طول صف، میانگین زمان پاسخگویی و میانگین زمان انتظار

برای گره‌های A4، A8، A15، A7، A11 و A13 داریم:

$$E[N_i^{(j)}] = \frac{1}{1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)}))} \quad (19)$$

$$E[R_i^{(j)}] = \frac{E[N_i^{(j)}]}{\lambda^{(0)} w_i} = \frac{b+a}{2\lambda w_i (1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)})))}$$

$$E[W_i^{(j)}] = E[R_i^{(j)}] - \frac{1}{\mu_i} = \frac{(b+a)\mu_i - 2\lambda w_i (1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)})))}{2\lambda w_i \mu_i (1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)})))}$$

همچنین برای گره‌های A5, A17, A9, A18, A10, A12 و A14 داریم:

$$E[N_i^{(j)}] = \frac{1}{1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)}))}, \quad (20)$$

$$E[R_i^{(j)}] = \frac{E[N_i^{(j)}]}{\lambda^{(0)} h_i} = \frac{b + a}{2\lambda h_i (1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)})))},$$

$$E[W_i^{(j)}] = E[R_i^{(j)}] - \frac{1}{\mu_i} = \frac{(b + a)\mu_i' - 2\lambda h_i (1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)})))}{2\lambda h_i \mu_i' (1 - \exp(-(1 - \rho_i^{(j)})))},$$

4.2 میانگین طول صف در مسیرهای مختلف

در مسیرهای $V_4(A5, \text{ و } V_3(A5, A17, A9, A12), V_2(A4, A15, A7, A13), V_1(A4, A8, A11)$ (A18, A10, A14) برابر است با:

$$E[N_{V_1}] = E[N_1^{(A4)}] + E[N_2^{(A8)}] + E[N_5^{(A11)}], \quad (21)$$

$$E[N_{V_2}] = E[N_1^{(A4)}] + E[N_3^{(A15)}] + E[N_4^{(A7)}] + E[N_6^{(A13)}],$$

$$E[N_{V_3}] = E[N_7^{(A5)}] + E[N_8^{(A17)}] + E[N_9^{(A9)}] + E[N_{12}^{(A12)}],$$

$$E[N_{V_4}] = E[N_7^{(A5)}] + E[N_{10}^{(A18)}] + E[N_{11}^{(A10)}] + E[N_{13}^{(A14)}],$$

4.3 میانگین زمان پاسخگویی در مسیرهای مختلف

کل تأخیرات از S_0 تا S_1 را می‌توان به صورت حداقل زمان پاسخگویی در 4 مسیر انتخاب کرد که با سفارشات که مستقلاً از S_0 تا S_1 مسیریابی شده‌اند و نیز بهینه‌سازی مسیر با در نظر گرفتن حالت فعلی شبکه، به دست می‌آید. میانگین زمان پاسخگویی برای 4 مسیر V_1, V_2, V_3 و V_4 به صورت زیر است:

$$E[R_{V_1}] = E[R_1^{(A4)}] + E[R_2^{(A8)}] + E[R_5^{(A11)}] , \quad (22)$$

$$E[R_{V_2}] = E[R_1^{(A4)}] + E[R_3^{(A15)}] + E[R_4^{(A7)}] + E[R_6^{(A13)}] ,$$

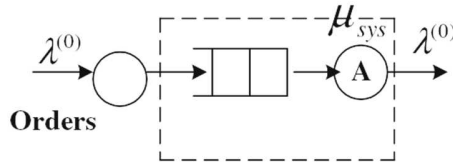
$$E[R_{V_3}] = E[R_1^{(A5)}] + E[R_8^{(A17)}] + E[R_9^{(A9)}] + E[R_{12}^{(A12)}] ,$$

$$E[R_{V_4}] = E[R_1^{(A5)}] + E[R_{10}^{(A18)}] + E[R_{11}^{(A10)}] + E[R_{13}^{(A14)}] ,$$

4.4. شبکه هم‌ارز

طبق منبع [29]، طول صف‌ها و زمان‌های پاسخدهی شبکه‌ی هم‌ارز همانطور که در شکل 4 نشان داده شده، بصورت زیر بدست می‌آید:

Equivalent queue of the industrial system



Service A: Production & Delivery

Occurrence: Poissonian law justified

Quantity: Stochastic

Delay: QoS

Average Waiting time: W_{sys}

Service time: $1/\mu_{sys}$

Average Queue Length: N_{sys}

Average Response time: R_{sys}

Service time is initialized when the first production operation begins. It is closed when the items are available in the delivery stocks.

شکل 4

$$E[N_{sys}] = E[N_{eq}^{(10)}] + E[N_{eq}^{(11)}] \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\lambda_1}{\mu_1 - \lambda_1} + \frac{\lambda_1 p_1 (\mu_2 + \mu_5 - 2\lambda_1 p_1)}{(\mu_2 - \lambda_1 p_1)(\mu_5 - \lambda_1 p_1)} + \frac{\lambda_2}{\mu'_1 - \lambda_2} \\
&+ \frac{\lambda_1 p_2 [(\mu_3 + \mu_4 - 2\lambda_1 p_2)(\mu_6 - \lambda_1 p_2) + (\mu_3 - \lambda_1 p_2)(\mu_4 - \lambda_1 p_2)]}{(\mu_3 - \lambda_1 p_2)(\mu_4 - \lambda_1 p_2)(\mu_6 - \lambda_1 p_2)} \\
&+ \frac{\lambda_2 p_3 [(\mu'_2 + \mu'_3 - 2\lambda_2 p_3)(\mu'_6 - \lambda_2 p_3) + (\mu'_2 - \lambda_2 p_3)(\mu'_3 - \lambda_2 p_3)]}{(\mu'_2 - \lambda_2 p_3)(\mu'_3 - \lambda_2 p_3)(\mu'_6 - \lambda_2 p_3)} \\
&+ \frac{\lambda_2 p_4 [(\mu'_4 + \mu'_5 - 2\lambda_2 p_4)(\mu'_7 - \lambda_2 p_4) + (\mu'_4 - \lambda_2 p_4)(\mu'_5 - \lambda_2 p_4)]}{(\mu'_4 - \lambda_2 p_4)(\mu'_5 - \lambda_2 p_4)(\mu'_7 - \lambda_2 p_4)}
\end{aligned}$$

9

$$E[R_{sys}] = \frac{E[N_{sys}]}{\lambda} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{q_1}{\mu_1 - \lambda_1} + \frac{q_1 p_1 (\mu_2 + \mu_5 - 2\lambda_1 p_1)}{(\mu_2 - \lambda_1 p_1)(\mu_5 - \lambda_1 p_1)} + \frac{q_2}{\mu'_1 - \lambda_2} \\
&+ \frac{q_1 p_2 [(\mu_3 + \mu_4 - 2\lambda_1 p_2)(\mu_6 - \lambda_1 p_2) + (\mu_3 - \lambda_1 p_2)(\mu_4 - \lambda_1 p_2)]}{(\mu_3 - \lambda_1 p_2)(\mu_4 - \lambda_1 p_2)(\mu_6 - \lambda_1 p_2)} \\
&+ \frac{q_2 p_3 [(\mu'_2 + \mu'_3 - 2\lambda_2 p_3)(\mu'_6 - \lambda_2 p_3) + (\mu'_2 - \lambda_2 p_3)(\mu'_3 - \lambda_2 p_3)]}{(\mu'_2 - \lambda_2 p_3)(\mu'_3 - \lambda_2 p_3)(\mu'_6 - \lambda_2 p_3)} \\
&+ \frac{q_2 p_4 [(\mu'_4 + \mu'_5 - 2\lambda_2 p_4)(\mu'_7 - \lambda_2 p_4) + (\mu'_4 - \lambda_2 p_4)(\mu'_5 - \lambda_2 p_4)]}{(\mu'_4 - \lambda_2 p_4)(\mu'_5 - \lambda_2 p_4)(\mu'_7 - \lambda_2 p_4)}
\end{aligned}$$

که در آنها $\lambda_1 = \lambda^{(0)} q_1$ و $\lambda_2 = \lambda^{(0)} q_2$ مانند چیزی است که در (8) نشان داده شده است. از نتایج بدست آمده

در [29] نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهنده‌ی هم‌ارز اینگونه داده شده است

$$\mu_{sys} = \lambda + \frac{1}{D_{12a} + D_{12b} + D_{12c} + D_{12d} + D_{12e} + D_{12f}}, \quad (25)$$

- $D12a = \frac{q_1}{\mu_1 - \lambda_1}$,
- $D12b = \frac{q_1 p_1 (\mu_2 + \mu_5 - 2\lambda_1 p_1)}{(\mu_2 - \lambda_1 p_1)(\mu_5 - \lambda_1 p_1)}$,
- $D12c = \frac{q_2}{\mu'_1 - \lambda_2}$,
- $D12d = \frac{q_1 p_2 [(\mu_3 + \mu_4 - 2\lambda_1 p_2)(\mu_6 - \lambda_1 p_2) + (\mu_3 - \lambda_1 p_2)(\mu_4 - \lambda_1 p_2)]}{(\mu_3 - \lambda_1 p_2)(\mu_4 - \lambda_1 p_2)(\mu_6 - \lambda_1 p_2)}$
- $D12e = \frac{q_2 p_3 [(\mu'_2 + \mu'_3 - 2\lambda_2 p_3)(\mu'_6 - \lambda_2 p_3) + (\mu'_2 - \lambda_2 p_3)(\mu'_3 - \lambda_2 p_3)]}{(\mu'_2 - \lambda_2 p_3)(\mu'_3 - \lambda_2 p_3)(\mu'_6 - \lambda_2 p_3)}$
- $D12f = \frac{q_2 p_4 [(\mu'_4 + \mu'_5 - 2\lambda_2 p_4)(\mu'_7 - \lambda_2 p_4) + (\mu'_4 - \lambda_2 p_4)(\mu'_5 - \lambda_2 p_4)]}{(\mu'_4 - \lambda_2 p_4)(\mu'_5 - \lambda_2 p_4)(\mu'_7 - \lambda_2 p_4)}$

5. نتایج عددی

5.1. طول صف با و بدون وزن دهی برای بهینه ترین مسیر اختیاری در شبکه‌ی دارای دو ورودی

5.1.1 بدون وزن دهی

اگر λ تعداد کل ورودی‌ها در شبکه صف با 2 ورودی باشد، فرض کنید برای مثال نرخ ورود $\lambda = 2, 4, \dots, 20$ باشد و مقدار a و b به ترتیب 2 و 10 باشد، دیگر خصوصیات به شرح زیر است:

(a) احتمال ورود به صف‌های Q_4 و Q_5 به ترتیب (0.05, 0.5) = (q_1, q_2) است.

(b) نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهندگان مختلف در شبکه، $\mu_3 = 6, \mu'_2 = 7, \mu_1 = \mu'_1 = 15, \mu_2 = \mu'_3 = \mu_4 = \mu'_5 = \mu_c = 9$ ، $\mu_4 = 5, \mu_5 = 11, \mu'_6 = 5, \mu_6 = 8$ و $\mu'_7 = 9$ است.

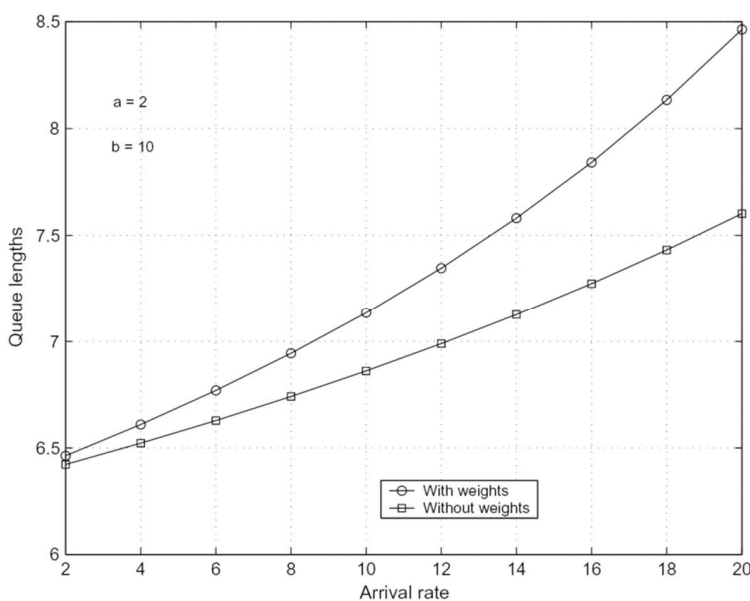
(c) احتمالات (p_1, p_2) و (p_3, p_4) به ترتیب (0.3, 0.7) و (0.4, 0.6) است.

برای هر مقدار از λ ، بهره‌وری، میانگین طول صف‌ها، میانگین زمان‌های پاسخدهی و متوسط زمان انتظار در تمام گره‌های شبکه‌ی صف با دو ورودی محاسبه می‌شود. میانگین طول صف‌ها در مسیرهای V_1, V_2, V_3 و V_4 از [21] محاسبه شده و میانگین زمان‌های پاسخدهی آنها از [22] محاسبه می‌شود.

کمترین میانگین زمان پاسخدهی گره‌ها در تمام مسیرها محاسبه می‌شود. از این مقدار می‌یابیم که برای تمام نرخ-های ورود، کمترین زمان پاسخدهی مطابق با مسیر V2 است. در نتیجه مسیر V2 بعنوان "مسیر بهینه" شناسایی می‌شود. مسیر بهینه، مسیری است که مجموع میانگین زمان‌های پاسخدهی در هر گره در مقایسه با مقادیر آنها در مسیرهای دیگر کمتر باشد. گره‌های موجود در مسیر V2، (Q_4, A_4) ، (Q_{15}, A_{15}) ، (Q_7, A_7) و (Q_{13}, A_{13}) هستند. میانگین طول صف‌ها مطابق با مسیر V2 برای نرخ ورودهای $\lambda=2, 4, \dots, 20$ بدست آمده است.

5.1.2 با وزن‌دهی

در این حالت نرخ‌های خدمت‌دهی در A_4, A_5, A_8, A_9, A_7 و نصف مقدار آنها در حالت بدون وزن‌دهی می‌شود و سایر پارامترها بدون تغییر باقی می‌مانند. باز هم مسیر V2 مسیر بهینه انتخاب می‌شود.



شکل 5

در شکل 5 برای مسیر V2 طول صف در 2 حالت با وزن‌دهی و بدون وزن‌دهی ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، طول صف در حالت با وزن‌دهی بیشتر از حالت بدون وزن‌دهی است، زیرا وقتی اوزان در نظر گرفته

می‌شوند، نرخ‌های خدمت‌دهی برخی خدمت‌دهندگان نصف می‌گردد که بدین معنی است که مدت زمان خدمت‌دهی زیاد شده است و به همین دلیل تعداد کمتری از مشتریان برای یک نرخ ورودِ بخصوص خدمت‌دهی می‌شوند.

5.1.3 تحلیل خدمت‌دهندگان گلوگاهی در شبکه صف

استفاده از تحلیل گلوگاهی در مدل‌های شبکه صف، یک تکنیک مهم برای تحلیل کارایی و برنامه‌ریزی ظرفیت سیستم‌های کامپیوتری و ارتباطی است. برای مجموعه‌ای از خصوصیات اشاره شده در قسمت قبل برای احتمالات ورود شاخه‌های منحصر بفرده شبکه‌ی صف، مجموع نرخ ورود، نرخ ورود در شاخه‌های بخصوص و نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهندگان مختلف در شبکه برای موردی که وزن محاسبه نمی‌شود، بهره‌وری خدمت‌دهندگان A8، A4، A15، A7، A11، A13، A5، A17، A9، A18، A10، A12 و A14 بعنوان تابعی از نرخ ورود در جدول 1 نمایش داده شده است. با توجه به این جدول، بیشترین بهره‌وری میان خدمت‌دهندگان A4، A8، A15، A7، A11 و A13 برای خدمت‌دهنده‌ی A15 وقتی $\lambda=20$ رخ می‌دهد که مقدار آن $\rho_3^{(A15)} = \frac{7}{36} < 1$ می‌شود. بطور مشابه، بیشترین بهره‌وری میان خدمت‌دهندگان A5، A17، A9، A18، A10، A12 و A14 برای خدمت‌دهنده‌ی A18 وقتی $\lambda=20$ رخ می‌دهد و مقدار آن $\rho_4^{(A18)} = 0.2 < 1$ می‌شود.

جدول 1: کارایی خدمت‌دهندگان مختلف در شبکه

کارایی	نرخ ورود ($\lambda=2,4,\dots,20$)
$\rho_1^{(A4)}$	$\frac{\lambda}{180}$
$\rho_2^{(A8)}$	$\frac{\lambda}{360}$
$\rho_3^{(A15)}$	$\frac{\lambda}{720}$
$\rho_4^{(A7)}$	$\frac{\lambda}{1080}$
$\rho_5^{(A11)}$	$\frac{\lambda}{1320}$

$\frac{\lambda}{960}$	$\rho_6^{(A13)}$
$\frac{\lambda}{180}$	$\rho_7^{(A5)}$
$\frac{\lambda}{210}$	$\rho_8^{(A17)}$
$\frac{\lambda}{270}$	$\rho_9^{(A9)}$
$\frac{\lambda}{100}$	$\rho_{10}^{(A18)}$
$\frac{\lambda}{180}$	$\rho_{11}^{(A10)}$
$\frac{\lambda}{150}$	$\rho_{12}^{(A12)}$
$\frac{\lambda}{180}$	$\rho_{13}^{(A14)}$

برای موردی که وزن در نظر گرفته می‌شود، نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهندگان A4, A8, A7, A5, A9 و A10 نصف مقدار اصلی است. بنابراین بهره‌وری این خدمت‌دهندگان دو برابر مقدار قبل می‌شود. بیشترین بهره‌وری میان خدمت‌دهندگان A4, A8, A15, A7, A11 و A13 به A7 هنگامی که $\lambda=20$ است تعلق می‌گیرد و مقدار آن $\rho_4^{(A47)} = \frac{7}{27} < 1$ می‌شود. بطور مشابه، بیشترین بهره‌وری میان خدمت‌دهندگان A5, A17, A9, A18, A10, A12 و A14 به A10 هنگامی که $\lambda=20$ است تعلق می‌گیرد و مقدار آن $\rho_4^{(A18)} = \frac{2}{9} < 1$ می‌شود. از آنجا که بیشترین بهره‌وری مربوط به موردی که وزن در نظر گرفته می‌شد خیلی کمتر از واحد است، مدل صف با مجموعه‌ی خصوصیات داده شده برای اجرا، شدنی است.

برای خدمت‌دهندگان در موردی که وزن در نظر گرفته نمی‌شود، برای عمل کردن مانند یک گلوگاه، بهره‌وری این خدمت‌دهندگان بایستی زیاد و نزدیک به یک باشد. از آنجا که هیچیک از خدمت‌دهندگان بهره‌وری مساوی یک برای نرخ ورودهای $\lambda=2,4,\dots,20$ ندارند، مدل صف با مشخصات داده شده قابل اجرا شدن است. محدودیت‌های فرمول-

بندی داده‌های ما تنها زمانی رخ می‌دهد که یک یا چند نرخ بهره‌وری زیاد و نزدیک به یک شوند. این حالت وقتی رخ می‌دهد که:

(a) نرخ ورودی خیلی بیشتر از مقادیر مطرح شده باشد، یا

(b) مشخصاتی مثل احتمالات و نرخ ورود مقادیری بگیرند که بهره‌وری را نزدیک به یک می‌گرداند.

5.2. طول صف با وزن دهی و بدون وزن دهی برای شبکه‌ی هم‌ارز تک صف-تک خدمت‌دهنده

5.2.1 بدون وزن دهی

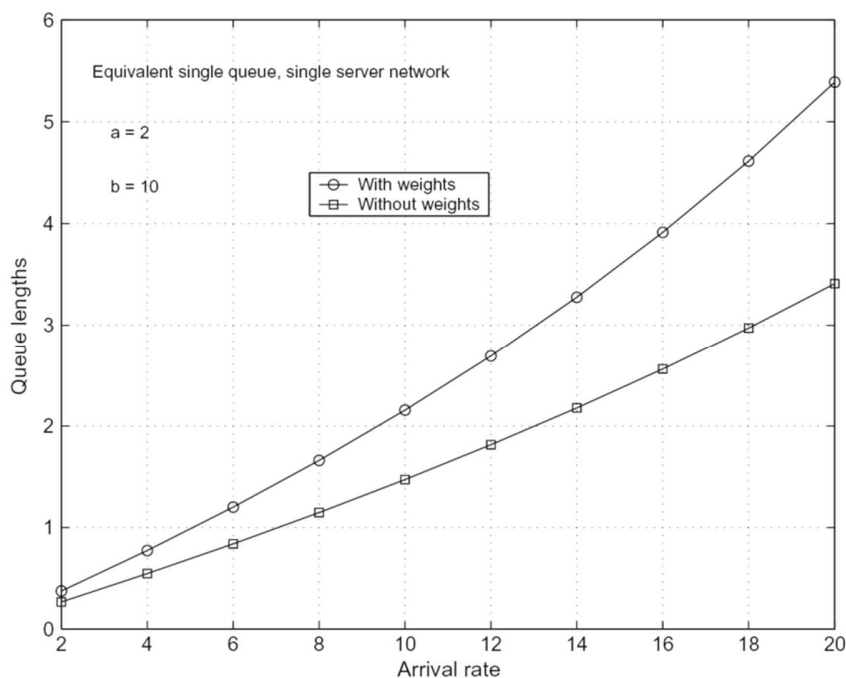
λ را تعداد کل سفارشات سیستم می‌گیریم، همانطور که در شکل 4 نشان داده شد. در مثال مطرح شده در این بخش، نرخ‌های ورود $\lambda=2,4,\dots,20$ هست. خصوصیات نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهندگان مختلف در شبکه بدین صورت است که $\mu_1=\mu'_1=15$, $\mu_2=\mu'_3=\mu_4=\mu'_5=\mu_c=9$, $\mu_3=6$, $\mu'_2=7$, $\mu_4=5$, $\mu_5=11$, $\mu'_6=5$, $\mu_6=8$ و $\mu'_7=9$. احتمالات (p_1,p_2) , (p_3,p_4) و (q_1,q_2) به ترتیب $(0.3,0.7)$, $(0.4,0.6)$ و $(0.5,0.5)$ است.

برای هر مقدار از λ ، میانگین طول صفِ هم‌ارز و میانگین زمان پاسخگویی صفِ هم‌ارز به ترتیب از روابط 23 و 24 محاسبه می‌شوند. نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهنده‌ی هم‌ارز نیز از رابطه‌ی 25 محاسبه می‌شود. میانگین طول صفِ هم‌ارز با کاهش نرخ ورود کاهش می‌یابد.

5.2.2 با وزن دهی

هنگامی که وزن‌ها در نظر گرفته می‌شوند، نرخ خدمت‌دهی A_4 , A_5 , A_8 , A_9 , A_7 و A_{10} نصف مقدارشان در قسمت قبل می‌شود و بقیه‌ی مشخصات تغییر نمی‌کند. نرخ ورود $\lambda=2,4,\dots,20$ است. میانگین طول صف و میانگین زمان پاسخدهی صفِ هم‌ارز، از روابط 23 و 24 به ازای تمام مقادیر λ محاسبه شده و نرخ خدمت‌دهی خدمت‌دهندگان از رابطه‌ی 25 محاسبه می‌شود.

طول صف در شبکه‌ی هم‌ارز تک صف-تک خدمت‌دهنده برای هر دو مورد در شکل 6 ترسیم شده است. این شکل نشان می‌دهد که میانگین طول صف با احتساب اوزان برای یک نرخ ورود بخصوص بیشتر از مقدار بدون احتساب اوزان آنها است. تعداد کمتری از مشتریان در سیستمی که نرخ خدمت‌دهی کمتری در مقایسه با سیستمی که نرخ ورود بیشتری دارد خدمت می‌گیرند. نرخ خدمت‌دهی هم‌ارز برای سیستم وقتی وزن در نظر گرفته نمی‌شود $\mu_{sys}=8.4735$ و برای موردی که وزن در نظر گرفته می‌شود $\mu_{sys}=5.5024$ می‌باشد که رفتار انحنای شکل 6 را توضیح می‌دهد.



شکل 6

6. نتایج

- در این مقاله مسیر بهینه حرکت اقلام V2 بدست آمد، زیرا کوتاهترین زمان پاسخگویی را برای مجموعه خصوصیات داده شده (احتمال ورود به یک مسیر جدید، نرخ ورود و نرخ خدمت‌دهی) داشت.
- گره‌ها در مسیر V2 عبارتند از (Q_4, A_4) ، (Q_{15}, A_{15}) ، (Q_7, A_7) و (Q_{13}, A_{13}) .

- انتخاب مسیر بهینه بستگی به نرخ ورودی در هر صف، نرخ خدمت‌دهی هر خدمت‌دهنده و احتمال ورود به یک صف خاص داشت، که تعداد کل اقلام در همه‌ی گره‌ها در مسیر بهینه برابر ظرفیت شبکه صف است.
- تصمیم‌سازی برای مسیریابی در آخرین گره در هر مرحله از شبکه به گونه‌ای انجام شد که مسیری برای تعیین کمترین زمان پاسخدهی انتخاب می‌شد.
- معیارهای کارایی از قبیل میانگین طول صف بدست آمد و ترسیم شد.
- زنجیره‌تأمین به‌عنوان یک سیستم تک صف-تک خدمت‌دهنده‌ی هم‌ارز مدل‌سازی شد، معیارهای کارایی مانند میانگین طول صف‌ها و میانگین زمان‌های پاسخدهی برای این شبکه‌ی هم‌ارز بدست آمده و ترسیم شد و نرخ‌های خدمت‌دهی خدمت‌دهنده‌ی هم‌ارز با لحاظ وزن و بدون لحاظ وزن نیز بدست آمده و بصورت عددی محاسبه شد.

ضمیمه

در این قسمت حالت‌هایی برای احتمال حالت پایدار برای تعداد مشخصی کار در سیستم برای هر دو مورد ارائه شده است.

مورد اول) احتمال حالت پایداری که k_i کار، در گره i داشته باشد $\Pi_i(k_i) = (1 - \rho_i)\rho_i^{k_i}$ است [30].
احتمالات حالت پایدار در گره‌های $A_4, A_8, A_{15}, A_7, A_{11}, A_{13}$ در شبکه‌ی صف از این رابطه بدست می‌آید:

$$\Pi_i^{(j)}(k_i) = \left(1 - \rho_i^{(j)}\right) \left(\rho_i^{(j)}\right)^{k_i} = \left(1 - \frac{2\lambda w_i}{b + a \mu_i}\right) \left(\frac{2\lambda w_i}{b + a \mu_i}\right)^{k_i},$$

و $w_2=w_5=q_1p_1$ ، $w_1=q_1$ به ترتیب $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ مطابق با $\forall j=A_4, A_8, A_{15}, A_7, A_{11}, A_{13}$

$$.w_3=w_4=w_6=q_1p_2$$

مورد دوم) احتمالات حالت پایدار در گره‌های A5, A17, A9, A18, A10, A12 و A14 در شبکه‌ی صف از این رابطه بدست می‌آید:

$$\pi_i^{(j)}(k'_i) = (1 - \rho_i^{(j)}) (\rho_i^{(j)})^{k'_i} = \left(1 - \frac{2\lambda h_i}{b + a\mu'_i}\right) \left(\frac{2\lambda h_i}{b + a\mu'_i}\right)^{k'_i},$$

$h_1=q_2$ به ترتیب $i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ با $\forall j=A5, A17, A9, A18, A10, A12, A14$

$$h_4=h_5=h_7=q_2p_4 \text{ و } h_2=h_3=h_6=q_2p_3$$



این مقاله، از سری مقالات ترجمه شده رایگان سایت ترجمه فا میباشد که با فرمت PDF در اختیار شما عزیزان قرار گرفته است. در صورت تمایل میتوانید با کلیک بر روی دکمه های زیر از سایر مقالات نیز استفاده نمایید:

لیست مقالات ترجمه شده ✓

لیست مقالات ترجمه شده رایگان ✓

لیست جدیدترین مقالات انگلیسی ISI ✓

سایت ترجمه فا ؛ مرجع جدیدترین مقالات ترجمه شده از نشریات معتبر خارجی